Parte III

La economía de pleno empleo

Capítulo 6

La economía cerrada

El propósito de este capítulo, hasta el capítulo 9, es presentar modelos básicos macroeconómicos de equilibrio general en economías abiertas y cerradas. En los capítulos anteriores estudiamos los principales determinantes del consumo y la inversión. Asimismo, revisamos la política fiscal. En lugar de buscar explicaciones para el nivel de gasto de gobierno, asumiremos que el gasto del gobierno es dado en G y usaremos lo estudiado sobre consumo e inversión para ver sus implicancias macroeconómicas.

Hasta ahora hemos cubierto todos los componentes del gasto doméstico. En una economía cerrada el gasto doméstico debe ser igual al producto. En una economía abierta deberíamos considerar, además, el gasto de los extranjeros sobre nuestros productos para cubrir todo el nivel de actividad, pero también descontar el gasto realizado por los residentes en bienes importados para así conocer exactamente lo que se gasta en bienes nacionales.

Una vez analizados los determinantes de la demanda agregada podemos estudiar el equilibrio de la economía cuando todos los factores *están siendo utilizados a su plena capacidad*. Debe advertirse que la economía debería tender hacia esta plena capacidad si no hubieran rigideces. Sin embargo, esta plena capacidad (o pleno empleo) no necesariamente es óptima socialmente. Este tema volverá a ser discutido en la parte **??** del libro.

Las economías fluctúan en el corto plazo. Hay recesiones y *booms*, pero en esta parte ignoramos las fluctuaciones de corto plazo, para entender el comportamiento de la economía una vez que el pleno empleo se ha establecido. El plazo de análisis se sitúa entre el corto plazo, donde no siempre se está en pleno empleo, y el muy largo plazo, donde deberíamos considerar el crecimiento de la economía, ya que la capacidad productiva crece en el tiempo.

Empezaremos analizando el equilibrio de una economía cerrada. Nuestro interés es entender la composición del producto de pleno empleo, cuál es el equilibrio y cómo este se modifica cuando las economías se ven afectadas por una variedad de *shocks*. En los capítulos siguientes analizaremos el equilibrio de la economía abierta, estudiando los determinantes de la cuenta corriente y el tipo de cambio real.

En lo que resta de esta parte, denotaremos el producto de pleno empleo como $\overline{Y}$.

6.1. Equilibrio de economía cerrada

El equilibrio de una economía se da cuando el ingreso de los residentes es igual a su gasto, pero como hemos supuesto que la economía se encuentra en pleno empleo, donde denotamos por $\overline{Y}$ el producto de pleno empleo, se tiene que

$$\overline{Y} = C + I + G. \tag{6.1}$$

Se debe destacar que la ecuación (6.1) se puede considerar tanto como una *identidad* o como una *condición de equilibrio*. Sabemos que el producto es idénticamente igual al gasto, por lo tanto (6.1) se puede escribir como $\overline{Y} \equiv C + I + G$. Esto se cumple siempre, porque, por ejemplo, si una empresa no vende todo lo que produce, acumulará inventarios, lo que es un gasto de inversión, aunque es no "deseado". La identidad se cumple con ajustes indeseados en inventarios. Por lo tanto, que sea una identidad no significa que se esté siempre en equilibrio. En (6.1) nos referimos al equilibrio, por ello el signo "$=$" en lugar de "$\equiv$", en el sentido que el producto es igual al gasto "deseado" (o planeado) por los agentes económicos y las empresas no producen más allá de lo que planean vender o acumular voluntariamente como inventarios.

Cuando la producción o algún componente del gasto cambian exógenamente, el equilibrio se restablece con cambios en la composición del gasto, ya que Y está fijo en $\overline{Y}$. Eso es lo que estudiaremos aquí.

En los capítulos anteriores vimos que las decisiones de consumo e inversión son muy complejas, por lo que, para facilitar la discusión, haremos algunas simplificaciones. Vimos que el consumo depende positivamente del ingreso disponible —aunque su respuesta a cambios permanentes o transitorios es distinta— y negativamente de la tasa de interés real, aunque esta relación era empíricamente más débil. Por otra parte, cuando estudiamos inversión mencionamos que entre otras cosas esta dependía negativamente de la tasa de interés real.

Para simplificar, (6.1) la escribimos como

$$\overline{Y} = C(\overline{Y} - T, r) + I(r) + G, \tag{6.2}$$

donde G y T son variables exógenas. La ecuación (6.2) nos indica que la única variable endógena del sistema es la tasa de interés real. Es decir, el ajuste de la tasa de interés real es el mecanismo a través del cual la inversión y el consumo se igualan al producto de pleno empleo, dado el gasto de gobierno y los impuestos. Gráficamente, este equilibrio se puede observar en la figura 6.1.

Respecto de la política fiscal, vimos que su impacto sobre la economía es complejo. El efecto de un aumento del gasto de gobierno depende de si es percibido como transitorio o permanente, de si la equivalencia ricardiana es válida o no, de si los impuestos generan o no distorsiones, etcétera. Trataremos de llevar esta discusión adelante, pero cuando sea necesario haremos algunos supuestos simplificadores.

La curva OA corresponde a la oferta agregada de la economía, es decir, cuántos bienes y servicios ofrece la economía en un período. Por otro lado, DA corresponde a la demanda interna, esto es, cuánto está demandando o gastando la economía. Ambas están dibujadas con respecto a la tasa de interés real, variable relevante que queda determinada en el equilibrio.

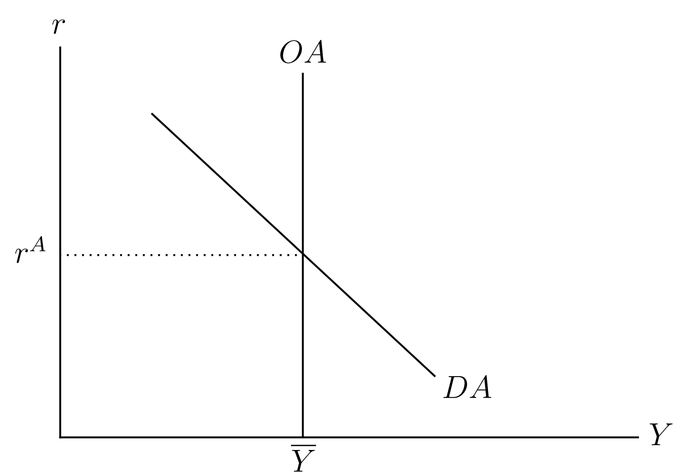

Figura 6.1: Equilibrio en economía cerrada.

La oferta agregada la suponemos vertical, es decir, independiente de la tasa de interés. Se puede generalizar el modelo para permitir que la tasa de interés afecte positivamente a la oferta; para ello, deberíamos aumentar la oferta de factores, y el primer candidato es el empleo. eso lo veremos cuando discutamos modelos del ciclo económico real en el capítulo **??**. Tal como se discutió en la sección **??**, si la tasa de interés sube, el consumo presente se vuelve más caro. Si agregamos ocio en la función de utilidad del individuo, cuando la tasa de interés suba, los hogares reducirán el consumo presente de bienes y ocio, trasladando consumo al futuro. Por ello el ahorro subirá, pero también la oferta de trabajo, lo que permitiría aumentar la oferta agregada. Por ahora asumiremos que la oferta de trabajo es fija, lo que al menos desde el punto de vista del equilibrio de largo plazo es razonable. los modelos del ciclo económico real usan este mecanismo para explicar fluctuaciones de corto plazo.

La demanda agregada tiene pendiente negativa porque la inversión y el consumo dependen negativamente de la tasa de interés. El equilibrio de la economía está donde la oferta agregada es igual a la demanda interna, lo que ocurre cuando la tasa de interés es r^A, donde el superíndice A se usa por autarquía[1].

Otra manera de entender el equilibrio de la economía de pleno empleo es reescribiendo la ecuación (6.2) como

$$\overline{Y} - C(\overline{Y} - T,r) - G = I(r), \tag{6.3}$$

donde el término al lado izquierdo corresponde al ahorro de la economía (ingreso menos gasto), mientras que el lado derecho corresponde a la inversión. El ahorro nacional corresponde al ahorro del gobierno ($S_g = T - G$) más ahorro privado ($S_P = \overline{Y} - T - C$). Como el consumo de los hogares depende negativamente de la tasa de interés real, el ahorro depende positivamente de ella. Si el consumo de un individuo disminuye con r, entonces su ahorro aumenta. Por otra parte, sabemos que la inversión depende negativamente de la tasa de interés real. Entonces el equilibrio se puede representar alternativamente como en la figura 6.2, que presenta las curvas de ahorro e inversión como funciones de la tasa de interés. La tasa de interés de equilibrio se obtiene cuando $S = I$. Podríamos asumir que el consumo y ahorro no dependen de la tasa de interés, lo que no está muy lejos de la evidencia, en cuyo caso S sería vertical.

El equilibrio se produce cuando la tasa de interés real es r^A (A por autarquía), es decir, cuando el ahorro es igual a la inversión o, dicho de otra forma, la demanda de bienes es igual a la oferta de bienes. Cuando la economía se encuentra en un punto donde $r < r^A$, la inversión es mayor que el ahorro. La cantidad de bienes que se demanda para invertir, y así aumentar el stock

[1] Como quedará claro en la parte **??** del libro, cuando usamos el plano (Y, r) para graficar la demanda agregada, lo que hacemos es dibujar la famosa curva IS del modelo keynesiano IS-LM. En el modelo que aquí se presenta los precios son flexibles y por lo tanto el producto está siempre en pleno empleo. El lector familiarizado con el modelo IS-LM puede seguir este modelo sin LM, ya que el producto está en pleno empleo. En todo caso, en el resto de este capítulo y el próximo usaremos en el eje horizontal el ahorro y la inversión en vez del producto.

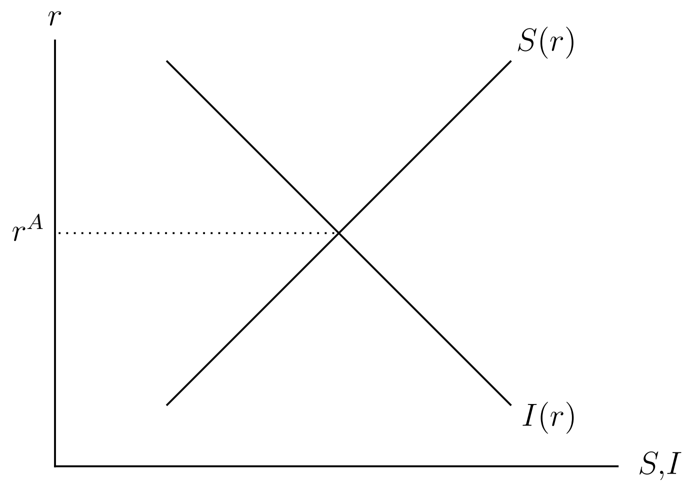

Figura 6.2: Equilibrio ahorro-inversión en economía cerrada.

de capital de la economía, es superior a la cantidad de bienes que los hogares y el gobierno desean ahorrar. Para que haya menos demanda por inversión y mayor oferta de ahorro, es necesario que la tasa de interés suba.

Una forma más intuitiva de interpretar el equilibrio, considerando que en las economías modernas el sistema financiero intermedia la oferta y demanda por fondos. Si $r < r^A$, quiere decir que la cantidad de proyectos de inversión que andan buscando financiamiento es muy alta en comparación con la cantidad de recursos disponibles para prestar a los inversionistas (ahorro). Por lo tanto, los proyectos de inversión van a competir por los recursos estando dispuestos a pagar una tasa de interés mayor. Esta competencia tiene como consecuencia que r sube hasta el punto en que $I = S$. Por otra parte, cuando $r > r^A$, la cantidad de recursos (ahorro) para los proyectos de inversión es demasiado alta, por lo tanto r va a bajar hasta el punto donde el ahorro sea igual a la inversión.

6.2. Política fiscal

En esta y la siguiente sección haremos algunos ejercicios de *estática comparativa*, esto es, compararemos dos equilibrios antes y después de un *shock*, sin discutir formalmente la dinámica del ajuste. La primera aplicación que haremos con este modelo de economía cerrada será estudiar las implicancias de cambios en la política fiscal sobre el equilibrio, en particular sobre la tasa de interés.

(A) Aumento transitorio del gasto de gobierno

Para comenzar, hay que preguntarse si el aumento del gasto es financiado con impuestos o no. Esta pregunta es relevante solo cuando la equivalencia ricardiana no es válida, de lo contrario da lo mismo cuándo se cobran los impuestos. Lo importante es qué pasa con el gasto. Para comenzar supondremos que el aumento del gasto está plenamente financiado por los impuestos.

El gobierno decide aumentar su gasto en una cantidad ΔG, y sube los impuestos en la misma magnitud. Es decir, $\Delta T = \Delta G$. Por lo tanto, al ahorro público no le pasa nada. En la medida en que los impuestos no alteren las decisiones de inversión, la curva $I(r)$ será la misma.

La pregunta que debemos responder es qué pasa con el ahorro privado. Dado que $S_p = \overline{Y} - T - C$, tenemos que

$$\Delta S_p = -\Delta T - \Delta C. \tag{6.4}$$

Si el consumo se mantiene constante, el ahorro privado cae en exactamente lo que sube el gasto de gobierno (o impuestos). Sin embargo el consumo debería reaccionar, aunque no mucho, debido a que el individuo prefiere suavizar consumo y, ante un cambio transitorio de su ingreso disponible, el ajuste se debería hacer principalmente bajando el ahorro y no el consumo. El ingreso disponible $(Y - T)$ cambia transitoriamente y el consumo se ajustará solo una fracción. Es decir, podemos pensar que $\Delta C = -c_{cp}\Delta T$, donde c_{cp} es la propensión marginal a consumir ingresos de corto plazo. Mientras más transitorio es el cambio de los impuestos, menor será la propensión marginal a consumir. Por lo tanto, el ahorro total caerá en

$$\Delta S = \Delta S_g + \Delta S_p = -(1 - c_{cp})\Delta G, \tag{6.5}$$

donde se usa el hecho de que $\Delta G = \Delta T$ y solo el ahorro privado cambia. La caída en el ahorro está representada por un desplazamiento de la curva de ahorro a la izquierda, como se muestra en la figura 6.3, desde S_1 a S_2.

Al subir el gasto de gobierno, la economía se encuentra en un punto en el cual la inversión es mayor que el ahorro. Esta mayor cantidad de proyectos con respecto a los fondos disponibles presiona la tasa de interés al alza. A medida que sube la tasa de interés, también lo hace el ahorro, y como consecuencia la inversión cae en una cantidad menor que la reducción del ahorro nacional. Esto se explica porque parte de la caída del ahorro público se ve compensada por el aumento del ahorro de las personas como consecuencia del alza en la tasa de interés.

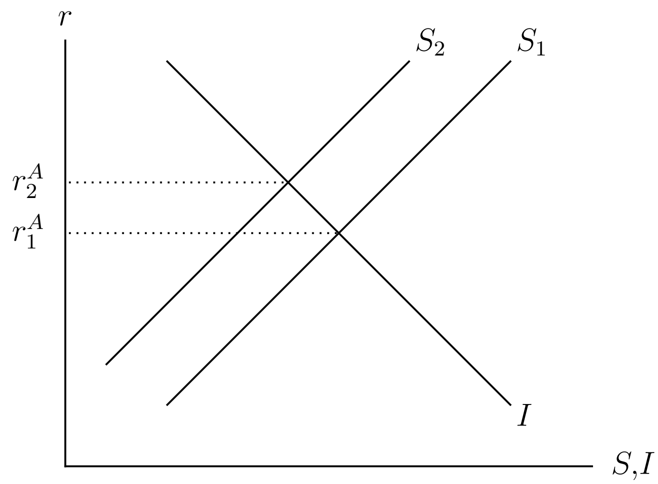

Figura 6.3: Aumento transitorio del gasto de gobierno.

De la ecuación (6.2) se tiene que $\Delta C + \Delta I = -\Delta G$, donde el nuevo equilibrio se produce a una tasa de interés $r_2^A > r_1^A$. Como la economía se encuentra siempre en pleno empleo, lo único que produce en la economía el mayor gasto de gobierno es una recomposición del gasto, desde gasto privado hacia gasto público. Eso se conoce como **crowding out**, es decir, el gasto de gobierno desplaza al gasto privado. En este caso, el *crowding out* ocurre en el consumo —ya que los impuestos bajan consumo— y la inversión, pues el alza en la tasa de interés reduce la inversión.

En el caso en que el gasto de gobierno aumenta, provocando un aumento del gasto privado (dado que son complementarios) como en el caso de las obras públicas, entonces podemos hablar de **crowding in**. Este último caso no podría ocurrir si el producto fuese fijo, ya que los aumentos en la participación del gasto público necesariamente deben reducir el gasto privado. Por último, también podría ocurrir que esta política fiscal tuviese efectos de más largo plazo en la medida en que afectara el crecimiento, tema que se discutirá más adelante.

Consideremos ahora que el aumento del gasto no se financia con impuestos, sino que el gobierno se endeuda. Esto puede suceder cuando el país decide entrar en una guerra, o cuando reconstruye la infraestructura después de un desastre natural. No es políticamente tolerable reconstruir luego de un terremoto o participar en una guerra compensando plenamente con impuestos.

El efecto de esta política dependerá de si se cumple o no la equivalencia ricardiana. Si se cumpliera, sabemos que al final lo que los hogares consideran es la evolución del gasto; en consecuencia, actuarán como si les hubieran aumentado los impuestos en ΔG, lo que no afecta nuestro análisis previo. Para eso hay que considerar que lo que cae el ahorro público, sube el ahorro privado. Esto se puede ver considerando que $\Delta S_g = -\Delta G$. Los ingresos del sector privado no cambian, pero ellos internalizan el hecho de que ese mayor gasto se debe al alza en los impuestos, por lo cual aumentarán su ahorro. Podemos pensar que los hogares toman en cuenta que los impuestos subirán ΔG y entonces ajustan su consumo en $-c_{cp}\Delta G$, lo que representa un aumento del ahorro, que en parte compensa la caída de ahorro público. La compensación no es total pues el gasto de gobierno varió y la equivalencia ricardiana indica que no pasa nada cuando solo hay cambio en el *timing* de los impuestos. En el caso que haya equivalencia ricardiana lo relevante son los cambios en G y no el momento en que se cobran los impuestos.

Si no hay equivalencia ricardiana, tendremos que en un caso extremo el consumo y ahorro privado no cambian, pues T no ha cambiado, de modo que la caída del ahorro global es igual a la caída del ahorro público sin compensación, es decir ΔG.

De acuerdo con la evidencia empírica, la equivalencia ricardiana se cumple solo en una fracción —entre 30 y 60 %— que denotaremos α. Entonces podemos pensar que el aumento en el gasto de gobierno solo repercutirá en $\alpha\Delta G$ de impuestos. El aumento en la carga tributaria futura afectará al consumo actual. En este caso, es sencillo ver que $\Delta S_g = -\Delta G$ y $\Delta S_p = c_{cp}\alpha\Delta G$, es decir, el ahorro total cae en una magnitud mayor que cuando los impuestos financian el aumento del gasto. Esto se debe a que la gente considera parte del aumento de la deuda pública, producto de una reducción de impuestos, como riqueza ignorando que en el futuro subirán los impuestos. En este caso

$$\Delta S = -(1 - c_{cp}\alpha)\Delta G, \tag{6.6}$$

donde en el extremo $\alpha = 1$ y obtenemos el mismo resultado que en el caso en que el aumento del gasto es plenamente financiado con impuestos.

(B) Aumento permanente del gasto de gobierno

En este caso no tiene sentido plantear que no será financiado, ya que lo usual —en particular si no se quiere después subir aun más los impuestos— es pensar que el aumento permanente de los gastos es financiado por impuestos. Este puede ser el caso en que el gobierno decida aumentar el gasto social, por ejemplo, elevando el monto de las pensiones pagadas por el fisco o los subsidios sociales, para lo cual propone subir impuestos. La idea es que gastos permanentes se financian con impuestos permanentes.

El ahorro público no cambia, debido a que impuestos y gastos suben en la misma medida. Lo interesante de este caso es que, en una primera aproximación, el ahorro privado tampoco cambia. La razón de esto es que la caída de ingresos como resultado de los mayores impuestos es compensada 1 : 1 con una caída del consumo, ya que la caída de ingresos es permanente y nosotros esperamos una propensión a consumir del ingreso permanente cercana a 1 ($c_{lp} \approx 1 >> c_{cp}$).

En rigor, la caída del consumo privado es $-c_{lp}\Delta G$, lo que implica una caída del ahorro de $(1 - c_{lp})\Delta G$, donde c_{lp} es la propensión marginal del consumo a cambios permanentes de ingreso. Si dicha propensión es cercana a 1 el ahorro no cambia y, por lo tanto, la tasa de interés permanece igual. Efectivamente, hay *crowding out* de gasto público por gasto privado, pero para ello no es necesario que la tasa de interés suba, porque el consumo privado le abre espacio como resultado del aumento permanente de impuestos. Al no cambiar la tasa de interés, el *crowding out* ocurre solo por el lado del consumo y no de la inversión.

(C) Aumento de los impuestos

Veremos ahora los efectos que tiene sobre la economía un aumento de los impuestos —que es percibido como transitorio— en una cantidad ΔT, que el gobierno recauda de las personas. Supondremos que los mayores impuestos no son usados por el gobierno para gastar. Podemos pensar que la intención del gobierno es aumentar por un tiempo el ahorro nacional y para eso sube los impuestos. Como se desprenderá de la discusión anterior, el efecto final dependerá de si hay o no equivalencia ricardiana.

Consideramos primero el caso de la equivalencia ricardiana. El ahorro público subirá en ΔT. En la medida en que el público se da cuenta que en el futuro se lo devolverán, ya que el gasto no cambia, disminuirá su ahorro en exactamente ΔT mientras dure el alza de impuestos y mantendrá el consumo inalterado. Cuando se lo devuelvan —debidamente actualizado con intereses— pagará la deuda, y el ahorro no cambiará. Por lo tanto, esta política no afecta el equilibrio de la economía. Esto es esperable, pues cuando hay equivalencia ricardiana el *timing* de los impuestos es irrelevante y no tiene efectos cambiar el momento en que ellos se cobran.

Si no hay equivalencia ricardiana —como ocurre en la realidad— los individuos pagarán los mayores impuestos en parte con menor ahorro, pero en parte también con menor consumo. Si el individuo considera que no le devolverán los impuestos, o no se puede endeudar, reducirá su consumo en $c_{cp}\Delta T$. Por lo tanto el efecto total sobre el ahorro nacional de un aumento de los impuestos en una cantidad ΔT es

$$\Delta S = \Delta S_g + \Delta S_p = \Delta T - (1 - c_{cp})\Delta T = c_{cp}\Delta T.$$

Un aumento de los impuestos en ΔT tiene como consecuencia que el ingreso disponible de los individuos cae en la misma cantidad. Sin embargo, el consumo de los individuos cae solo en una cantidad $c_{cp}\Delta T$ y, por lo tanto, el ahorro del individuo cae en $-(\Delta T - c_{cp}\Delta T)$. Es decir, el efecto total del aumento del impuesto sobre el ahorro agregado es $c_{cp}\Delta T$. Es decir el ahorro no aumenta en la misma cantidad que el aumento de los impuestos, aunque se eleva algo.

Gráficamente, el aumento de los impuestos sin mayor gasto de gobierno desplaza la curva del ahorro hacia la derecha, disminuyendo la tasa de interés de equilibrio. En este caso, aumenta el ahorro y la tasa de interés baja.

Más en general, se puede esperar que el público no considere todo el ΔT como reducción de ingresos, sino solo $(1-\alpha)\Delta T$, donde α es la fracción ricardiana. El cambio en el ahorro privado será $\Delta S_p = -[1 + c_{cp}(1-\alpha)]\Delta T$ y el aumento del ahorro total será[2]

$$\Delta S = \Delta S_g + \Delta S_p = c_{cp}(1-\alpha)\Delta T. \tag{6.7}$$

El aumento del ahorro llevará a una caída de las tasas de interés para aumentar la inversión. La política tributaria no afecta directamente el gasto, sino a través de su efecto sobre el ingreso disponible. Por esa vía afecta el consumo y el ahorro de los hogares. Si todo el efecto recayera sobre el ahorro privado mientras el consumo permanece constante, el equilibrio de la economía no cambiaría, ya que el ahorro global se mantendría constante. Este es el caso cuando $\alpha = 1$, es decir, cuando se cumple la equivalencia ricardiana. Sin embargo, si el ahorro del gobierno no se ve plenamente compensado con ahorro privado, el ahorro total sube y la tasa de interés cae para que el gasto se reoriente de consumo a inversión.

6.3. Otras aplicaciones

En esta sección continuaremos con otros ejercicios de estática comparativa. En particular analizaremos un aumento en la demanda por inversión y un incremento de la productividad.

(A) Aumento de la demanda por inversión

Veamos ahora qué sucede en esta economía si aumenta la demanda por inversión. Podemos imaginar que se descubrieron más proyectos y, por tanto, las empresas deciden invertir más. Podría ser un conjunto de reformas que aumenta la confianza e incentiva la inversión. Esto significa que a una misma

[2] Compare con la ecuación (6.6) y explique por que difieren.

tasa de interés hay más proyectos que se desean realizar y por tanto los proyectos compiten por los fondos disponibles, lo que desplaza la inversión de I_1 a I_2. Esto se traduce en que la tasa de interés sube de r_1^A a r_2^A (figura 6.4).

Otra razón por la que podría aumentar la demanda por inversión es que la inversión pública se eleve. Si el gobierno decide aumentar la inversión pública entonces la inversión agregada, I, se incrementará. Sin embargo, como la tasa de interés sube en equilibrio, la inversión privada cae. Es decir, el desplazamiento horizontal de la demanda por inversión es mayor que el aumento de la inversión y el ahorro, debido al efecto amortiguador de la tasa de interés. Ahora bien, no hemos discutido cómo se financia esta mayor inversión pública. Podemos pensar que se financia igual que la inversión privada y el financiamiento se paga con sus retornos. No obstante la inversión pública en general tiene un componente social, que representa gasto adicional, que requeriría de financiamiento público, con lo cual estamos de vuelta en la discusión sobre impuestos de la sección anterior.

Se podrían analizar muchos otros casos, pero lo importante para ver el impacto sobre la tasa de interés es analizar qué ocurre con el ahorro y la inversión, o dicho de otra forma, lo que ocurre entre la oferta y la demanda por fondos prestables.

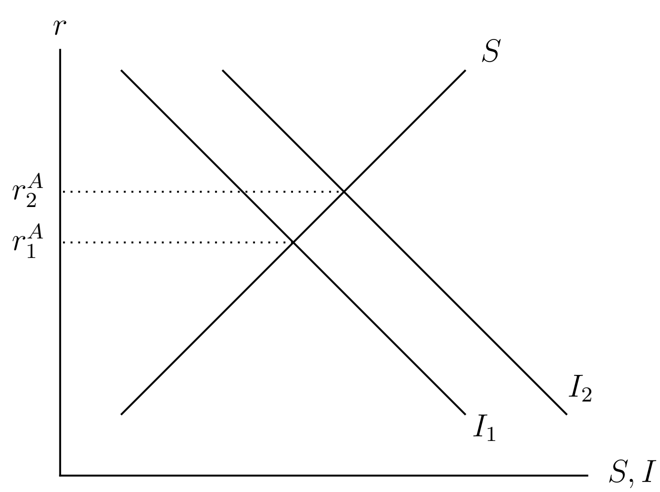

Figura 6.4: Aumento de la demanda por inversión.

(B) Aumento de la productividad

Nuevamente nos debemos preguntar si es un aumento permanente o transitorio de la productividad. Aunque más adelante nos referiremos con más precisión al término productividad (parte **??** sobre crecimiento económico), primero vamos a analizar qué pasa si la economía sufre transitoriamente un aumento de la productividad; esto es, si $\overline{Y}$ sube. Esto puede ser una mejora en los términos de intercambio (valor de $\overline{Y}$)[3] o un clima particularmente favorable que mejora el rendimiento de la tierra, es decir, el pleno uso de los factores productivos genera mayor cantidad de bienes cuando la productividad aumenta.

Tal como prevén las teorías de consumo, en respuesta a este aumento transitorio de la productividad, el ahorro privado subirá, pues los hogares tratarán de suavizar el consumo ahorrando parte de este mayor ingreso. El desplazamiento de la curva de ahorro nos conducirá a una baja de la tasa de interés de equilibrio, y consecuentemente la inversión de equilibrio también subirá.

Ahora bien, nos deberíamos preguntar qué pasa con la inversión. Es esperable que si la economía es más productiva también haya un aumento en la demanda por inversión, desplazando la curva de inversión hacia arriba y compensando en parte el efecto de mayor ahorro sobre la tasa de interés. En todo caso, al ser un aumento transitorio podemos esperar que el efecto sobre la inversión no sea tan importante, pues la productividad solo sube por un tiempo, en cuyo caso no es necesario tener mucho más capital.

En el otro extremo, podemos pensar en un aumento permanente de la productividad, por ejemplo debido a la adopción de una nueva tecnología, que a diferencia del clima tenderá a persistir en el tiempo. Este caso es en cierta medida el opuesto del aumento transitorio. Aquí es esperable que el ahorro no cambie, pues la mayor productividad permitirá sostener permanentemente un mayor nivel de consumo sin necesidad de cambiar el patrón de ahorro. Por otro lado, dado que la productividad sube para siempre, las empresas querrán tener un mayor stock de capital óptimo, lo que las llevará a aumentar la inversión más de lo que lo harían si el aumento fuera transitorio, pues el mayor capital se usará por más tiempo. Por lo tanto, con el ahorro relativamente estable, el aumento de la productividad corresponde a un aumento de la demanda por inversión, que sube la tasa de interés de equilibrio.

Debemos enfatizar que el efecto de un aumento de la productividad sobre la tasa de interés de equilibrio depende de si es permanente o transitorio. En caso que sea permanente la tasa de interés sube, mientras que si es transitorio la tasa

[3] Un tratamiento más completo del impacto de los términos de intercambio se hace en los próximos capítulos pues es más apropiado tratarlo en economías abiertas.

de interés baja. Es interesante notar que para cambios en una misma variable, la productividad, su impacto depende de la duración de este cambio. En el caso transitorio domina un aumento del ahorro, mientras que en el permanente los aumentos en la demanda por inversión.

6.4. Modelo de dos períodos*

En esta sección se presentan los fundamentos microeconómicos del equilibrio ahorro-inversión que hemos discutido para la economía cerrada. Esto sirve para mostrar cómo el análisis simple de las secciones anteriores puede justificarse en un modelo de equilibrio general con fundamentos microeconómicos. Asimismo, aunque estos modelos son simplificados, permiten extraer conclusiones de estática comparativa con mayor rigor. Analizaremos una economía muy sencilla que dura dos períodos —mínimo tiempo para tener un modelo intertemporal— y tiene un solo agente o, lo que es lo mismo, todos los agentes son idénticos. Esta es la economía más simple que se puede analizar para estudiar el equilibrio general. En primer lugar veremos el equilibrio general en una economía sin producción (*endowment economy*), conocida como la economía de Robinson Crusoe, por razones obvias, y luego lo extenderemos a una economía con producción e inversión[4].

6.4.1. La economía sin producción

La economía está compuesta por un individuo, que nace en el período 1 y recibe una cantidad Y_1 del único bien que hay en la economía y es perecible, es decir, no se puede guardar para el próximo período. El último período de vida es el período 2, en el cual recibe Y_2 del mismo bien. El individuo consume C_1 y C_2 en cada período.

Dado que la economía es cerrada y no hay posibilidades de producción ni de trasladar bienes del primer período al segundo, ya que el bien es perecible, el equilibrio tiene que satisfacer que $C_1 = Y_1$ y $C_2 = Y_2$. En consecuencia, y como mostraremos a continuación la tasa de interés de equilibrio debe ser tal que se cumpla dicha condición de equilibrio, y es equivalente a que el ahorro sea igual a la inversión. Como la inversión es cero, la condición será ahorro igual a 0.

El equilibrio se encuentra graficado en la figura 6.5. El eje vertical corresponde al período 2 y el eje horizontal, al período 1. En cada uno se representa el

[4] Para mayores detalles sobre este modelo y sus aplicaciones en economías abiertas ver Obstfeld y Rogoff (1996), capítulo 1.

ingreso y consumo del período correspondiente. El individuo tiene una función de utilidad que depende de C_1 y C_2, y en la figura se encuentra representada la curva de indiferencia que pasa por (Y_1, Y_2), el único punto sobre el cual debe pasar la restricción presupuestaria. La tasa de interés de equilibrio debe ser tal que sea tangente a la curva de indiferencia en ese punto. Si no fuera así, el individuo podría querer ahorrar o pedir prestado, lo que en equilibrio no puede ocurrir, ya que habría exceso de demanda u oferta de los bienes en cada período. Por ejemplo, si la tasa de interés es más alta, los individuos querrían consumir menos en el período 1 y más en el período 2, pero esto no puede ser equilibrio, ya que habría un exceso de demanda por bienes en el período 2 y un exceso de oferta en el período 1.

Esta es una economía en que hay dos bienes que, a pesar de ser el mismo producto, están disponibles en momentos distintos. El análisis es exactamente igual al de una economía estática en la que hay dos bienes distintos y la pendiente de la restricción presupuestaria es el precio relativo entre ambos bienes.

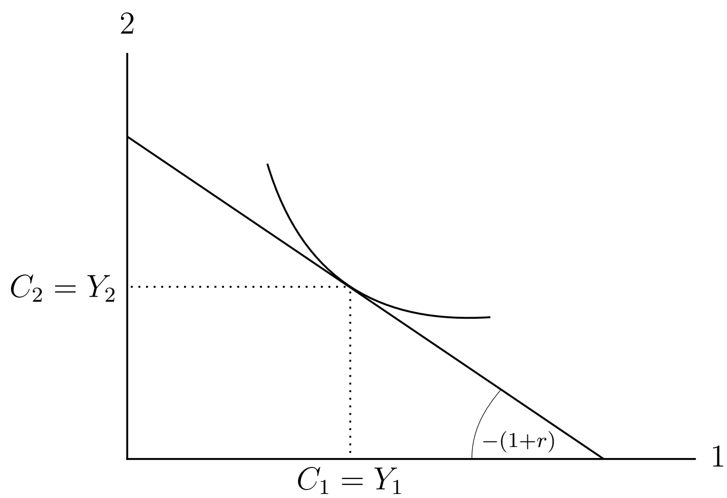

Figura 6.5: Equilibrio en economía cerrada.

Ahora examinaremos este problema analíticamente. Supondremos, por conveniencia, que la función de utilidad es aditivamente separable en el tiempo, y por lo tanto, el problema a resolver es

$$\max u(C_1) + \frac{1}{1+\rho} u(C_2), \tag{6.8}$$

sujeto a las siguientes restricciones presupuestarias en cada período:

$$Y_1 = C_1 + S \tag{6.9}$$

$$Y_2 + S(1+r) = C_2. \tag{6.10}$$

El parámetro ρ es la **tasa de descuento**, que se puede definir a partir de $\beta \equiv 1/(1+\rho)$ donde β es el **factor de descuento.** Puesto que el individuo prefiere el presente al futuro β será menor que 1 o, lo que es lo mismo, ρ es mayor que cero. La función de utilidad por período es creciente y cóncava; es decir, más consumo provee más utilidad, pero la utilidad marginal del consumo decrece a medida que el consumo aumenta. Esto es $u' > 0$ y $u'' < 0$.

Las restricciones presupuestarias (6.9) y (6.10) presentan al lado izquierdo los ingresos y al lado derecho el uso de este ingreso. En el período 1 el individuo tiene un ingreso Y_1 y puede usarlo en consumo C_1 o ahorrar S. En el período 2 sus ingresos son Y_2 más los intereses, además del pago del principal que recibe por sus ahorros, que podrían ser negativos si el individuo se ha endeudado ($S < 0$).

El ahorro es lo que liga las decisiones en los períodos 1 y 2 y podemos eliminarlo de ambas ecuaciones para llegar a la restricción presupuestaria intertemporal, ya vista en el capítulo con más detalle, que nos dice que el valor presente del consumo debe ser igual al valor presente de los ingresos, es decir,

$$Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} = C_1 + \frac{C_2}{1+r}. \tag{6.11}$$

Esta es la restricción presupuestaria de la figura 6.5, dibujada a la tasa de interés de equilibrio.

Para resolver este problema escribimos el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = u(C_1) + \frac{1}{1+\rho}u(C_2) + \lambda\left[Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} - C_1 - \frac{C_2}{1+r}\right], \tag{6.12}$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange y es igual a la utilidad marginal del ingreso.

Las condiciones de primer orden de este problema establecen que la derivada del lagrangiano con respecto a las variables de decisión sea igual a 0, con lo que llegamos a

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Rightarrow u'(C_1) = \lambda \tag{6.13}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Rightarrow u'(C_2) = \lambda\frac{1+\rho}{1+r}. \tag{6.14}$$

Estas condiciones se pueden combinar en la siguiente **ecuación de Euler:**

$$\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} = \frac{1+r}{1+\rho}. \tag{6.15}$$

Esta ecuación determina la pendiente de la función consumo. Esta ecuación nos dice la curva de indiferencia debe ser tangente a la restricción presupuestaria. Tenemos así una ecuación para dos incógnitas, C_1 y C_2. Si quisiéramos determinar la función consumo para cada período, y por lo tanto obtener una expresión para el ahorro, deberíamos usar la restricción presupuestaria.principal.tex

Si la tasa de interés es mayor que la tasa de descuento, el individuo tendrá un consumo creciente. Recuerde que la utilidad marginal es decreciente, en consecuencia si la razón es mayor que 1, $u'(C_1) > u'(C_2)$, es decir, C_2 debe ser mayor que C_1. El individuo prefiere posponer el consumo por la vía del ahorro, ya que a medida que r aumenta el precio del futuro se reduce.

Para relacionar el precio del futuro con la tasa de interés basta con examinar la ecuación (6.11). Multiplicando la restricción presupuestaria por $1 + r$, y escribiendo el lado derecho en términos de precios relativos, tendremos que corresponde a $p_1C_1 + C_2$. Entonces, p_1 representa el precio del consumo en el período 1 en términos del consumo en el período 2. Por lo tanto cuando r aumenta, el presente se encarece y el futuro se abarata.

Ahora podemos resolver el equilibrio general. En equilibrio general se cumplen las siguientes condiciones:

- Los consumidores maximizan utilidad. Esto es lo que hemos hecho hasta ahora.

- Los productores maximizan utilidades de sus empresas. En este caso es irrelevante, ya que la producción está dada.

- Los mercados están en equilibrio, es decir las ofertas son iguales a las demandas.

Las dos primeras condiciones son las que definen las ofertas y demandas, mientras la tercera establece que las ofertas y demandas se equilibran. Dadas estas condiciones, solo nos queda agregar que $Y_1 = C_1$ e $Y_2 = C_2$, lo que reemplazando en la ecuación que define la trayectoria del consumo nos lleva a la siguiente ecuación para la tasa de interés:

$$1 + r = \frac{u'(Y_1)}{u'(Y_2)}(1+\rho). \tag{6.16}$$

La interpretación de esta condición es que cuando Y_1 es elevado relativo a Y_2, la tasa de interés debe ser baja para que el precio del consumo del primer período sea relativamente bajo y así tendremos una trayectoria de consumo decreciente. Si r fuera mayor, el individuo preferiría trasladar consumo al futuro, y si es menor que este equilibrio se querrá endeudar. Ninguna de esas cosas puede hacer, ya que nadie le prestará (se necesita alguien que quiera ahorrar) ni nadie le pedirá prestado (se necesita alguien que se quiera endeudar). Robinson Crusoe está solo en su isla, o son todos los Robinsons iguales.

Si $Y_1 = Y_2$ el consumo será parejo, y para ello se necesita que el individuo descuente el futuro a una misma tasa que la de mercado de modo que quiera mantener el consumo constante.

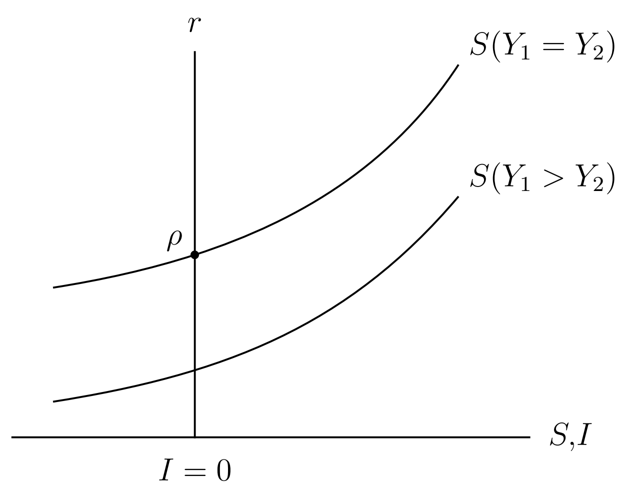

Figura 6.6: Equilibrio ahorro-inversión en economía cerrada.

¿Cómo se relaciona esto con el análisis ahorro-inversión? La respuesta se encuentra en la figura 6.6. La curva de inversión coincide con el eje vertical ya que no hay posibilidades de inversión. La curva de ahorro que se deriva del problema del consumidor corresponde a la curva creciente S. El equilibrio es cuando S corta el eje vertical. Cuando $Y_1 = Y_2$, hemos demostrado que el equilibrio es $r = \rho$, tal como lo muestra la figura. Cuando $Y_1 > Y_2$ el individuo tendrá mayor incentivo a ahorrar para cada nivel de tasa de interés que en el caso de igualdad de ingreso, y por lo tanto la curva S se desplaza a la derecha y la tasa de interés de equilibrio cae, tal como lo muestra la ecuación (6.16).

El aumento de Y_1 por sobre Y_2 graficado en la figura 6.6 puede ser interpretado como un *aumento transitorio en la productividad*, es decir, la economía produce más bienes solo en el período 1. La conclusión es que los individuos ahorrarán parte de este aumento de la productividad para gastarlo en el período 2, es decir para cada nivel de r el ahorro sube. Sin embargo, dado que la inversión no sube, la mayor disponibilidad de ahorro reduce la tasa de interés. Mirando el problema del consumidor lo que ocurre es que para que el individuo consuma esta mayor producción, el precio del presente (la tasa de interés) debe bajar, tal como se vio en la sección anterior.

En cambio si la productividad sube proporcionalmente lo mismo en ambos períodos, manteniendo $Y_1 = Y_2$, es decir, hay un aumento permanente de la productividad, no habrá efectos sobre la tasa de interés. En la sección anterior mostramos que la tasa de interés subiría como consecuencia del aumento en la inversión, efecto que aquí estamos ignorando.

A continuación analizaremos los efectos de la política fiscal. Asumiremos que la política fiscal es de presupuesto equilibrado en cada período. El gobierno financia con impuestos su gasto en bienes, es decir, $G_1 = T_1$ y $G_2 = T_2$. El ingreso del individuo se ve reducido por los impuestos en cada período. Usando la restricción intertemporal y el hecho de que el presupuesto es equilibrado, llegamos a que

$$Y_1 - G_1 + \frac{Y_2 - G_2}{1+r} = C_1 + \frac{C_2}{1+r}. \tag{6.17}$$

Resolviendo el equilibrio general, llegamos a la siguiente condición para la tasa de interés de equilibrio:

$$1 + r = \frac{u'(Y_1 - G_1)}{u'(Y_2 - G_2)}(1+\rho). \tag{6.18}$$

Nótese que lo que importa es la trayectoria del gasto de gobierno y no su nivel en un período dado. Por lo tanto, el ejercicio interesante es pensar en un aumento del gasto del gobierno en el período actual (período 1), lo que es similar a una reducción futura (período 2) del gasto de gobierno. Esto es equivalente a plantear un aumento transitorio del gasto fiscal, como es en el caso del aumento del gasto que ha ocurrido en los períodos de guerra o causado por las necesidades de reconstrucción después de un terremoto.

Según (6.18) la tasa de interés subirá. La razón es que un aumento del gasto de gobierno reduce el consumo presente. Para que esto sea un equilibrio y el individuo no anticipe consumo vía endeudamiento —como ocurriría a la tasa de interés original—, el precio del presente debe subir y el del futuro bajar para que se tenga una trayectoria creciente de consumo. En términos de ahorro-inversión, el aumento del gasto de gobierno, manteniendo ahorro público constante, reduce el ahorro privado por cuanto el individuo tendrá más incentivos a traer consumo al presente, pero como la inversión es constante esto solo traerá un aumento de la tasa de interés.

Por último, el caso de un aumento permanente del gasto del gobierno no tiene efectos claros sobre la tasa de interés real. Para ver esto, asuma el caso más estándar: que el ingreso y el gasto de gobierno son iguales entre períodos, es decir, $Y_1 = Y_2$ y $G_1 = G_2$. En este caso, $r = \rho$. Si G_1 y G_2 suben en igual magnitud, la tasa de interés permanece constante[5].

Hemos asumido balance presupuestario equilibrado, sin embargo, podemos suponer que el gasto se financia vía deuda. En este caso no podemos saltar tan rápidamente a una restricción presupuestaria como (6.17), sino que debería ser

$$Y_1 - T_1 + \frac{Y_2 - T_2}{1+r} = C_1 + \frac{C_2}{1+r}. \tag{6.19}$$

Para encontrar la relación entre impuestos y gastos debemos mirar a la restricción presupuestaria del gobierno. Denotando por B_1 la deuda que adquiere el gobierno en el período 1 y paga con una tasa de interés r en el segundo período, tenemos las siguientes restricciones presupuestarias para el gobierno en cada período:

$$G_1 = T_1 + B_1 \tag{6.20}$$

$$G_2 + (1+r)B_1 = T_2. \tag{6.21}$$

Despejando B_1 de las dos restricciones anteriores, llegamos a que la restricción intertemporal para el gobierno es

$$G_1 + \frac{G_2}{1+r} = T_1 + \frac{T_2}{1+r}. \tag{6.22}$$

Esto nos dice simplemente que el valor presente de los gastos del gobierno es igual al valor presente de sus ingresos tributarios. Ya demostramos esto en el capítulo **??**.

En consecuencia, reemplazando la restricción intertemporal del gobierno en la restricción presupuestaria (6.19), llegamos exactamente a la restricción presupuestaria (6.17).

Es decir, el problema cuando el gobierno usa deuda para financiar sus gastos, y paga su deuda en el futuro, es *exactamente el mismo* que el problema cuando el gobierno sigue una regla de presupuesto equilibrado. En consecuencia, se cumple la *equivalencia ricardiana*. En particular, al no haber incertidumbre, al ser los impuestos de suma alzada —no distorsionadores—, al ser

[5] Hay que advertir que de acuerdo a la ecuación (6.18) cambios permanentes en G tienen efectos sobre la tasa de interés dependiendo de la forma de la utilidad y de los niveles de G_1 y G_2, pero estos efectos son de segundo orden comparados a los de cambios transitorios.

el horizonte del gobierno igual al del individuo y al no haber restricciones al endeudamiento, la equivalencia ricardiana debe cumplirse en este modelo.

6.4.2. La economía con producción e inversión

La economía sin producción es útil para enfocarnos en la conducta de ahorro de los individuos y su impacto sobre el equilibrio de la economía. Sin embargo, hemos ignorado completamente el efecto de las decisiones de inversión. Para ello, extenderemos el modelo anterior para considerar que el individuo, aun viviendo en una economía cerrada, puede sacrificar bienes hoy para usarlos en producción futura, de modo que en equilibrio habrá ahorro distinto de 0.

Comenzaremos analizando ahora una economía donde hay empresas que producen bienes, y consumidores (hogares), todos idénticos, que son al final los dueños de las empresas y trabajan para recibir ingresos por su trabajo. Analizaremos hogares y firmas separadamente, y después veremos el equilibrio general.

Hogares

Al igual que en el caso anterior, los individuos maximizan utilidad en los dos períodos. Su función de utilidad es la misma que en (6.8). Escribiremos la restricción presupuestaria de forma genérica para cualquier período t, como

$$(1+r_t)A_t + w_tL_t = C_t + A_{t+1}. \tag{6.23}$$

Es decir, el individuo tiene dos fuentes de ingresos: la primera son los ingresos financieros que vienen del hecho de que el individuo posea activos netos por A_t que le rentan r_t. La otra fuente de ingreso son los ingresos laborales, donde el salario es w_t y el empleo L_t que asumiremos constante y no cambia con el salario; es decir, la oferta de trabajo es inelástica a un nivel L.

Visto de otra forma esta ecuación es

$$r_tA_t + w_tL_t = C_t + A_{t+1} - A_t.,$$

aquí se ve claramente que el ingreso lo usa para consumir (C_t) y lo que no consume lo ahorra, aumentando su stock de activos nesto ($A_{t+1} - A_t$). El ahorro de los hogares es el ingreso no consumido.

Las condiciones de primer orden del problema del individuo son las que vimos anteriormente:

$$\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} = \frac{1+r}{1+\rho}. \tag{6.24}$$

Empresas

Las empresas producen bienes con la función de producción

$$Y_t = F(K_t,L_t), \tag{6.25}$$

la que satisface $F_K > 0$, $F_{KK} < 0$, $F(0,L_t) = 0$ y es homogénea de grado 1. El bien es único y normalizamos su precio a 1.

Estas empresas productoras de bienes arriendan el capital a una tasa R_t, y asumiremos que el capital se deprecia a una tasa δ. Las empresas también pagan w_t por unidad de trabajo.

Puesto que hay un solo bien, normalizamos su precio a 1. En consecuencia, el problema que resuelven las empresas con el objetivo de maximizar utilidades en cada período es

$$\max_{K_t,L_t} F(K_t,L_t) - R_t K_t - w_t L_t. \tag{6.26}$$

La solución a este problema establece que se emplean factores hasta que la productividad marginal iguale a su costo unitario ($F_K = R$ y $F_L = w$). Tal como vimos en el capítulo **??**, el costo de uso del capital es igual a la tasa de interés real más la tasa de depreciación, y debido a que en condiciones de competencia las utilidades son 0, tendremos que

$$F_K = R_t = r_t + \delta \tag{6.27}$$

$$w_t L_t = F(K_t,L_t) - (r_t + \delta)K_t. \tag{6.28}$$

La última ecuación proviene del hecho de que al ser la función de retornos constantes a escala y haber competencia en los mercados, se tendrá que el pago a los factores debe agotar completamente el producto[6].

Equilibrio general

Las decisiones de consumo y ahorro de los individuos estarán dadas por la ecuación (6.24). En la economía el único activo es el capital, por lo tanto en equilibrio se debe tener que:

$$A_t = K_t \tag{6.29}$$

En otras palabras, todo el ahorro lo constituye el capital que puede ser usado en la producción. Al ser todos los individuos iguales no hay transacciones intertemporales entre ellos. Este es un elemento distintivo con la economía abierta, en la cual el individuo puede prestar o pedir prestado al exterior, y por tanto los activos netos no necesariamente coinciden con el stock de capital.

[6] Esto significa que $F_K K + F_L L = F$. Para más detalles, ver sección **??**.

Combinando la restricción presupuestaria del individuo (6.23), con la condición agregada que $A_t = K_t$ y la ecuación (6.28), tenemos que

$$F(K_t,L_t) + K_t = C_t + K_{t+1} + \delta K_t. \tag{6.30}$$

Esto no es más que la condición que la disponibilidad total de bienes ($Y_t + K_t$) del lado izquierdo sea igual al uso total de estos bienes, ya sea para gastar en consumo, dejar capital para el siguiente período o gastar en depreciación. Otra forma de verlo es reconociendo que la inversión bruta (I_t) es igual al aumento del stock de capital más la depreciación ($I_t = K_{t+1} - (1-\delta)K_t$), con lo que llegamos a la tradicional igualdad entre la producción de bienes y gasto en consumo e inversión,

$$Y_t = C_t + I_t. \tag{6.31}$$

Ahora usaremos el hecho que la economía dura dos períodos. La economía comienza el período 1 con un stock de capital K_1, terminará con $K_3 = 0$ porque la economía deja de existir en el período 2. Suponiendo empleo L constante en ambos períodos tenemos que

$$F(K_1,L) + (1-\delta)K_1 = C_1 + K_2 \tag{6.32}$$

$$F(K_2,L) + (1-\delta)K_2 = C_2. \tag{6.33}$$

Dado que hay dos bienes para consumir (C_1 y C_2) y una dotación de capital inicial (K_1), podemos ver la **frontera de posibilidades de producción** (FPP) de esta economía. Es decir, dado K_1, para cada valor de C_1, cuál es el máximo C_2 que se puede alcanzar. Combinamos las dos ecuaciones anteriores para eliminar K_2, de modo de encontrar todas las combinaciones posibles de C_1 y C_2 dado K_1. Por supuesto, cada combinación de consumo implicará un K_2 distinto, es decir una inversión distinta. Combinando las ecuaciones, llegamos a la siguiente expresión, que representa la FPP:

$$\begin{aligned} C_2 =& F(F(K_1,L) + (1-\delta)K_1 - C_1,L) + \\ &+ (1-\delta)[F(K_1,L) + (1-\delta)K_1 - C_1]. \end{aligned} \tag{6.34}$$

La FPP se encuentra representada en la figura 6.7. Diferenciando (implícitamente) la expresión anterior llegamos a que la pendiente de la FPP es

$$\frac{dC_2}{dC_1} = -F_K - (1-\delta).$$

En el óptimo, para las empresas se debe cumplir la condición de productividad marginal del capital igual a sus costos de uso, es decir, $F_K = r + \delta$, lo que reemplazado en la expresión anterior nos lleva a que

$$\frac{dC_2}{dC_1} = -(1+r). \tag{6.35}$$

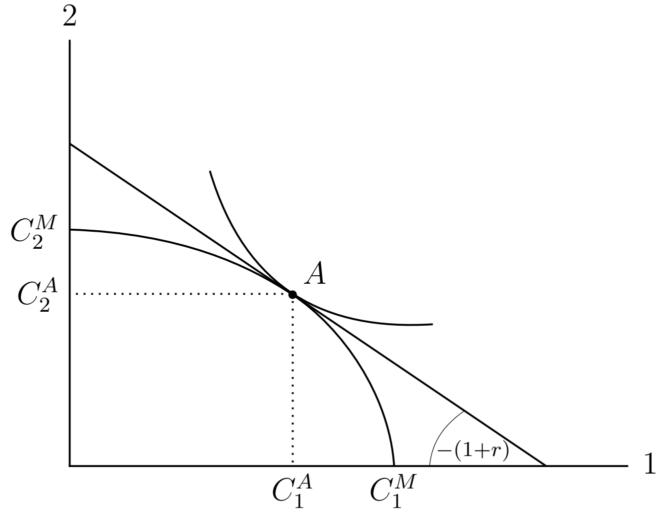

Figura 6.7: Equilibrio con producción en economía cerrada.

Esta es exactamente igual a la pendiente de la restricción presupuestaria del individuo y tal como establece la solución óptima para los hogares, debe ser tangente a las curvas de indiferencia. Es decir, en el óptimo se tiene que las curvas de indiferencia y la FPP deben ser tangentes, y la pendiente de esa tangente es la que determina la tasa de interés real de equilibrio.

La posibilidad que los hogares tienen de acumular capital permite conciliar las decisiones de ahorro de los individuos con las posibilidades de trasladar producción hacia el futuro por medio de la inversión. K_1 determina la posición de la FPP. Si K_1 es muy bajo, la FPP se trasladaría hacia el origen.

Si no hubiera inversión, y todo se consumiera en el período 1, alcanzaríamos un consumo como el de C_1^M, pero dado que la producción en A involucra capital para el período 2, el stock de capital que se deja para producir en 2 es $C_1^M - C_1^A$[7].

¿Cuál es la relación con el modelo ahorro-inversión analizado previamente? A diferencia del caso de la subsección anterior, donde la inversión es igual a 0, en este caso sabemos que $K_2 = F_K^{-1}(r+\delta)$[8]; en consecuencia, la inversión está dada por la relación

$$I_1 = F_K^{-1}(r+\delta) - (1-\delta)K_1. \tag{6.36}$$

Esta es una función decreciente de la tasa de interés. Es decir, a medida

[7] Note que de acuerdo a la restricción presupuestaria (6.32) tenemos que C_1^M es $F(K_1,L)+(1-\delta)K_1$ y $C_1^M - C_1^A = K_2$.

[8] Nótese que F_K^{-1} corresponde a la función inversa del producto marginal.

que r baja, nos movemos hacia arriba por la FPP. Por otra parte, del comportamiento del consumidor podemos derivar el ahorro, que será creciente en la tasa de interés, moviendo el consumo hacia el segundo período[9]. Así, podemos graficarlo en nuestro diagrama ahorro-inversión de la figura 6.2.

Consumidores-productores: Teorema de separación de Fisher

Hasta ahora supusimos que las empresas son entidades separadas de los consumidores. Ahora, para simplificar, veremos qué pasa si quien consume es también quien produce (granjeros). Este problema es más simple, y demostraremos que la solución es idéntica a la del caso anterior.

En este caso, el individuo tiene dos activos al inicio del período t, A_t que es un activo financiero que rinde r_t y capital, K_t que lo puede usar para producir. En consecuencia, su restricción presupuestaria en cualquier período es

$$(1 + r_t)A_t + F(K_t) + K_t(1 - \delta) = C_t + K_{t+1} + A_{t+1}. \tag{6.37}$$

En nuestro modelo de dos períodos, suponemos que el individuo nace sin activos financieros, $A_1 = 0$; solo tiene un stock de capital inicial. Dado que el mundo se acaba en el período 2, el individuo no dejará activos, o sea $A_3 = 0$. Además, hemos ignorado L de la función de producción, ya que la oferta de trabajo es fija.

La restricción presupuestaria en el período 1 será

$$F(K_1) + K_1(1 - \delta) = C_1 + K_2 + A_2. \tag{6.38}$$

El individuo decidirá la inversión que le servirá para aumentar el stock de capital, de modo que podemos escribir la restricción como (dado que $K_2 = I_1 + K_1(1 - \delta)$)

$$F(K_1) = C_1 + I_1 + A_2. \tag{6.39}$$

Por su parte, la restricción en el período 2 es

$$(1 + r)A_2 + F(K_1(1 - \delta) + I_1) + K_1(1 - \delta)^2 + I_1(1 - \delta) = C_2. \tag{6.40}$$

Uniendo ambas restricciones vía la eliminación de A_2 llegamos a la siguiente restricción intertemporal:

$$F(K_1) + \frac{F(K_1(1 - \delta) + I_1) + K_1(1 - \delta)^2}{1 + r} = C_1 + I_1 + \frac{C_2 - I_1(1 - \delta)}{1 + r}. \tag{6.41}$$

[9] En rigor, habría que derivar la función de ahorro dados Y_1 e Y_2, que teóricamente puede tener cualquier pendiente, pero suponemos que el efecto sustitución domina el efecto ingreso.

El consumidor-productor elegirá C_1, C_2 e I_1 de modo de maximizar su función de utilidad (6.8) sujeto a la restricción (6.41). Formando el lagrangiano y maximizando llegaremos a las siguientes condiciones de primer orden:

$$u'(C_1) = \lambda \tag{6.42}$$

$$u'(C_2) = \lambda \frac{1+\rho}{1+r} \tag{6.43}$$

$$F_K(K_2) = r + \delta \tag{6.44}$$

Las primeras dos ecuaciones nos dan la ecuación de Euler (6.24), y la última determina la inversión que, despejando para I_1, corresponde a (6.36). Esta es exactamente la misma solución que el problema descentralizado entre empresas y hogares. Para cerrar el equilibrio general debemos imponer que no hay activos financieros: nadie presta ni pide prestado más allá de lo que se mantiene en forma de capital, en consecuencia, $A_2 = 0$. A partir de estos resultados podemos usar la figura 6.7 y el equilibrio es el mismo que en el caso en que consumidores y productores son entidades diferentes[10].

El equilibrio es independiente del arreglo institucional y, por lo tanto, podemos *separar* las decisiones de consumo de las de inversión, lo que se conoce como el **teorema de separación de Fisher.** Este teorema de separabilidad se cumple bajo ciertas condiciones, bastante generales. Si las decisiones de ahorro de los individuos afectaran las decisiones de inversión, no podríamos hacer esta separación. La utilidad de este teorema es que podemos especificar de diversas formas los arreglos institucionales —es decir, si los productores y consumidores son los mismos o distintos— y llegar al mismo equilibrio general, lo que permite elegir aquel arreglo más fácil para desarrollar el modelo[11].

Referencias

Obstfeld, Maurice y Kenneth S. Rogoff (1996), *Foundations of International Macroeconomics.* The MIT Press.

[10] La solución general consiste en usar $A_2 = 0$ en las restricciones presupuestarias de cada período para resolver para C_1 y C_2 en función de r e I_1, y después usar la ecuación de Euler y la condición de optimalidad del capital para encontrar estos dos valores y resolver completamente el equilibrio.

[11] Para más detalle sobre este punto y el modelo de dos períodos ver el capítulo 1 de Obstfeld y Rogoff (1996).

Problemas

Problema 6.1. Economía de pleno empleo.
Suponga que en un país que se encuentra en el nivel de pleno empleo, existe un gobierno que gasta y cobra impuestos. Los siguientes parámetros representan la economía:

$$
\begin{aligned}
\overline{Y} &= 100 \\
C &= 1 + c(Y - T) \\
I_p &= 20 - 1{,}5r \\
I_g &= 10 \\
T &= \tau Y \\
G &= \gamma T \\
TR &= 5
\end{aligned}
$$

donde $\overline{Y}$ es el producto de pleno empleo, TR las transferencias del gobierno al sector privado, γ es la fracción de los impuestos que gasta el gobierno[12] y τ es la tasa de impuestos.

(a) Calcule el ahorro de gobierno (S_g), ahorro privado (S_p), ahorro nacional (S_n), inversión (I), la tasa de interés de equilibrio (r) y el superávit fiscal.[13] Los valores de los parámetros a usar son: $\tau = 0{,}3$, $\gamma = 1$, $c = 0{,}8$.

(b) El gobierno decide aumentar el gasto, es decir, el nuevo valor de γ es 1,2, sin aumentar los impuestos. Calcule la nueva tasa de interés de equilibrio, la variación de la inversión y del gasto. ¿Cuál de ellos es mayor? Justifique.

(c) ¿Cuál debe ser el nivel del gasto de gobierno (γ), de manera que a cualquier nivel de impuestos el ahorro nacional permanezca constante? Dé una intuición de su resultado.

(d) Suponga que τ sube de 0,3 a 0,4 y que $\gamma = 1$, al igual que en la parte (a). ¿Qué efecto tiene esta alza de impuestos sobre el ahorro nacional? ¿Puede ser que el ahorro nacional caiga con un alza de impuestos? Justifique.

[12] Este valor puede ser a veces mayor que 1.

[13] El gasto total del gobierno (tanto corriente como de capital) menos ingresos totales.

Calcule, además, la variación de la inversión y del gasto, con respecto a la parte (a), y compare. Explique si sus resultados son iguales o distintos de los obtenidos a la parte (b) y formule alguna intuición sobre el por qué de sus resultados.

(e) Suponga ahora que la inversión pública aumenta en un 20 %. Calcule el ahorro de gobierno (S_g), ahorro privado (S_p), ahorro nacional (S_N), inversión (I) y la tasa de interés de equilibrio (r). Vuelva a usar los parámetros de la parte (a). Justifique.

Problema 6.2. Gasto de gobierno y tasa de interés.
Analizaremos los efectos del gasto de gobierno sobre la tasa de interés. Para los siguientes cálculos, suponga que la semielasticidad de la inversión respecto a la tasa de interés es 0,8 %, mientras que la semielasticidad del consumo respecto la tasa de interés es de 0,3 %.[14] Los datos que presentamos a continuación corresponden a una economía ficticia en los años 2014 y 2015.

Cuadro 6.1: Demanda del PIB

	2014	2015
Demanda interna	100	102
FBKF	28	29
Resto demanda interna	72	73
Importaciones	46	47

FBKF es la formación bruta de capital fijo.

(a) A partir de los datos entregados (cuadros 6.1 y 6.2), calcule el PIB de 2015. Suponga que las exportaciones tienen la misma magnitud que las importaciones, es decir, que las exportaciones netas son 0.

(b) Suponga que el gobierno desea elevar el gasto de gobierno (sin aumentar los impuestos) en un 1 %. Calcule en cuánto varía la tasa de interés de equilibrio, así como el nuevo nivel de inversión y consumo. Para ello, suponga que el PIB que calculó en la parte (a) es de pleno empleo y que la economía es cerrada.

[14] Esto significa que si la tasa de interés aumenta en un punto porcentual la inversión cae en 0,8 %, mientras que el consumo cae en 0,3 %.

Cuadro 6.2: Gasto del PIB

	2014	2015
Gasto privado	61	63
Gasto gobierno	61	63
Variación de existencias	7	7

(c) Suponga ahora que la autoridad tenía como meta aumentar el gasto de gobierno (en 2015) para que fuera 1 % mayor como porcentaje del PIB. Bajo esta situación, ¿en cuánto habrán variado las tasas de interés? Calcule, además, el crecimiento del gasto de gobierno durante 2015.

(d) Suponga ahora que el consumo y la inversión son insensibles a la tasa de interés, y que el aumento del gasto de gobierno de un 1 % consiste en un 50 % de mayores transferencias para el sector privado y el resto es gasto de gobierno en mayores sueldos públicos. Suponga que de las mayores transferencias al sector privado solo se consume el 70 % y se ahorra el resto. Calcule en cuánto varían el ahorro privado, el ahorro de gobierno y el ahorro nacional.

Problema 6.3. Equilibrio de largo plazo en dos períodos y política

En este problema analizaremos el equilibrio en un modelo de dos períodos. Considere una economía que dura por dos períodos. Hay un solo individuo (o muchos pero todos iguales) que recibe un ingreso (caído del cielo) Y_1 e Y_2 en ambos períodos, respectivamente, de un bien que no se puede almacenar. Hay un gobierno que gasta G_1 y G_2 en cada período, respectivamente. Este gasto lo financia con impuestos de suma alzada T_1 y T_2, en cada período, a los individuos, con una política de presupuesto balanceado en todo momento.

La función de utilidad es logarítmica y está dada por la ecuación (**??**). Responda lo siguiente:

(a) Encuentre la función consumo para los períodos 1 y 2.

(b) Determine la tasa de interés de equilibrio como función de Y_1, G_1, Y_2 y G_2 y los otros parámetros del modelo.

(c) ¿Qué pasa con la tasa de interés de equilibrio cuando solo el gasto de gobierno en el corto plazo sube G_1? ¿Y qué pasa cuando solo el gasto futuro aumenta G_2? Proponga una explicación intuitiva a sus resultados.

(d) Suponga que se anticipa un gasto del gobierno, aumentando el gasto en el período 1 y reduciéndolo compensadamente en el período 2. Es decir, si el gasto presente sube en Δ, el gasto futuro se reducirá en esta magnitud más los intereses, es decir $\Delta(1+r)$ (esto es similar a suponer que se reducen impuestos corrientes y se elevan en el futuro y en eso se basa la equivalencia ricardiana). ¿Qué pasa con la tasa de interés de equilibrio?

(e) Suponga que $G_1 = G_2 = 0$. Relacione la tasa de interés real de la economía con la tasa de crecimiento de su producción. Discuta el resultado.

Problema 6.4. Tasa de interés de equilibrio.

Considere una economía habitada por un individuo con la siguiente función de utilidad:

$$U = \ln C_1 + \frac{1}{1+\rho}\ln C_2 \tag{6.45}$$

Este individuo recibe una cantidad Y_1 de bienes el primer período. El segundo período trabaja por una cantidad fija $L = 1$. Sus ingresos el período 2 son su ingreso laboral y sus ahorros, con el respectivo retorno a una tasa r.

La producción el segundo período la realiza una empresa con la siguiente función de producción:

$$Y_2 = AK_2^{1/2}L^{1/2} \tag{6.46}$$

Donde A es un parámetro de productividad, K_2 el capital y L el trabajo ofrecido inelásticamente (1). El capital se deprecia completamente.

(a) Considere el problema de la firma. ¿Cuál es el costo de uso del capital? Muestre la maximización de utilidades que hace la firma y muestre cúal es el capital óptimo como función de los parámetros y la tasa de interés (use el hecho que $L = 1$ para no arrastrar muchos parámetros). En el mercado del trabajo, y basado en la demanda por trabajo de la firma, encuentre el valor para el salario de equilibrio. Muestre que esta empresa no tiene utilidades.

(b) Muestre el problema de maximización de utilidades del consumidor y encuentre las condiciones de primer orden.

(c) Dado el equilibrio en el mercado de bienes el período 2 y la condición de primer orden, encuentre las expresiones para el consumo en los períodos 1 y 2 como función de r.[15]

(d) Usando la condición de equilibrio en el mercado de bienes en el período 1 encuentre la tasa de interés de equilibrio. ¿Cómo depende esta tasa de A, ρ e Y_1? Explique el signo de estas relaciones.

[15] Esta es una forma simple de encontrar C_1 y C_2, lo que se puede usando otras condiciones de equilibrio, las que puede usar en la medida que le salga más fácil.