Macroeconomía

Módulo 2 - Crecimiento y PIB de Tendencia

12 de abril de 2020

En esta terrible emergencia que estamos pasando, nos debemos mover a clases online. Esta presentación ha sido preparada para acompañar las clases online de los capítulos de crecimiento de mi libro (10, 11 y 12, el 13 esta pendiente):

Macroeconomía. Teoría y Políticas, Pearson Educación, Prentice Hall.

Descarga en: http://www.degregorio.cl.

En mi curso de introducción parto por crecimiento antes de seguir el orden del lbro. No hay problemas en cambiar el orden.

Muchos de los datos que preparé para mis clases sobre Chile, pero dichas láminas pueden ser fácilmente remplazadas. El formato lo más liviano posible, sin número de páginas, sin autor, nada. Pueden usarlo a su discreción.

Seguiré trabajando en nuevas presentaciones. El borrador de los capítulos 10, 11 y 12 para la segunda edición están disponible en esta página del libro.

Agradezco la valiosa colaboración de Joaquín Mayorga.

Saludos y que se encuentren todos muy bien,

José De Gregorio
Decano
Facultad de Economía y Negocios
Universidad de Chile

Contenidos

Contenidos

Introducción

El tópico del Crecimiento Económico involucra diferentes tipos de interrogantes relevantes:

- ¿Por qué algunos países crecen (o han crecido) más rápidamente que otros?
- ¿Qué relevancia tienen estas trayectorias dispares entre países?
- ¿Cuáles son las características principales que diferencian a unos países de otros (en términos de crecimiento)?
- ¿Pueden algunas variables de política económica afectar el crecimiento de largo plazo?

Entender los factores que promueven el crecimiento de la economía puede ayudarnos a pensar cómo lograr que los países pueden progresar y dejar atrás la pobreza.

¿Por qué es Importante el Crecimiento Económico?

Supongamos que tenemos tres escenarios

1. Un país que crece sostenidamente a un 1 %.
2. Un país que crece sostenidamente a un 3 %.
3. Un país que crece sostenidamente a un 5 %.

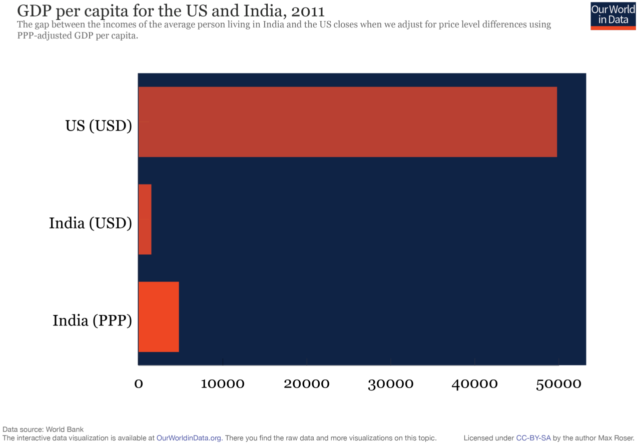
Si en cada escenario se comienza con un PIB de 100 ¿Cuál sería la situación en 25 años? ¿y en 50? ¿y en 100?

Cuadro: PIB en el futuro según tasas de crecimiento

Crecimiento	25 años	50 años	100 años
1 %	128	164	270
3 %	209	438	1922
5 %	339	1147	13150

Medición PPP vs. Pecios de Mercado

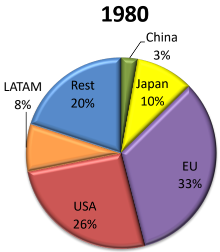
En 2011 el PIB per cápita de EEUU era en torno a 50.000 dólares y en India era 72.000 rupias, que al tipo de cambio de 2011 resulta en 1.500 dólares, es decir 3 % el de EEUU. Sin embargo en India es más barato vivir. La medida de PIB PPP (*Purchasing Power Parity*), asume los mismos precios de bienes entre países (análogo al PIB real para medir producción a través del tiempo), y los normaliza con los de EEUU. En 2011 el PIB per cápita medido a PPP en India fue de 4.800 dólares es decir casi un 10 % el de EEUU. Las medidas de PIB a PPP reducen los diferenciales entre países y son más adecuadas para comparar nivel de vida.

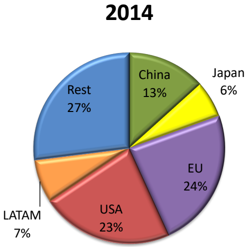


Cambios en participación PIB mundial

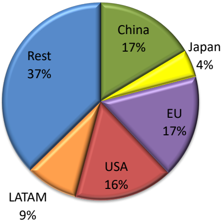
China ha pasado a ser la segunda econía del mundo. Su aumento en participación del PIB global es mucho mayor cuando se mide a PPP (¿por qué?).

P.MDO.



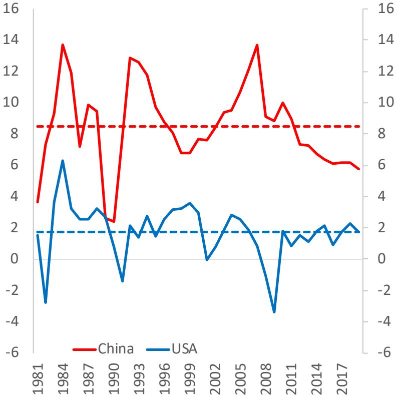


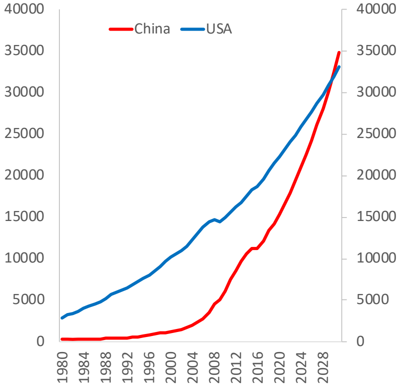
PPP 2014



Fuente: IMF, WEO

China vs. USA: crecimiento PIB per cápita (% izq.) y PIB total (USD MM, der.)





Fuente: IMF, WEO

China, junto a Japón y Corea han sido de las pocas economías en el mundo que han tenido un crecimiento muy elevado por un tiempo muy prolongando, en torno a 30 años. Si China sigue creciendo a tasas entre 5 y 6 % real, como lo proyecta el FMI (pre Covid-19) puede pasar en tamaño a USA a fines de esta década. Con China creciendo a 9 % ¿Cuánto tiempo le tomaría duplicar su PIB?

“La Regla del 70”

Una forma de aproximar cuánto le toma a una economía duplicar su producto si crece a un $g\,\%$ es simplemente dividir 70 en g (expresado en porcentajes).

- El tiempo que se demora en duplicar el producto lo podemos calcular como el tiempo t en el que el producto Y se duplica si la tasa de crecimiento del producto es g:

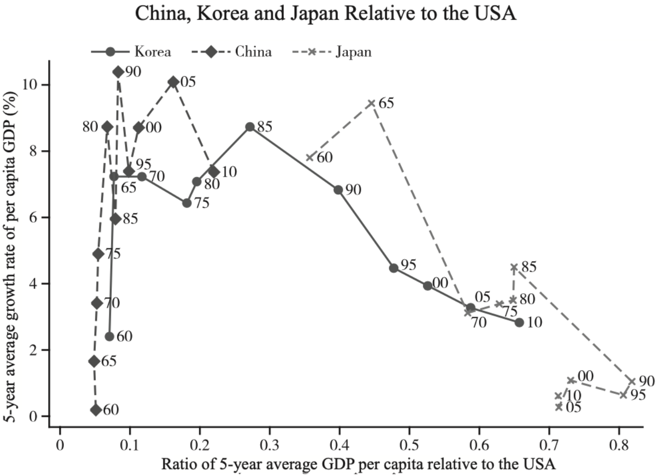
$$Y \times (1+g)^t = 2 \times Y$$

$$t \times ln(1+g) = ln(2)$$

$$t = \frac{ln(2)}{ln(1+g)} \approx \frac{0{,}693}{g} \approx \frac{70}{g \times 100}$$

$$\therefore t|_{g=1\,\%} = 70 t|_{g=2\,\%} = 35 t|_{g=5\,\%} = 14 t|_{g=7\,\%} = 10 t|_{g=10\,\%} = 7$$

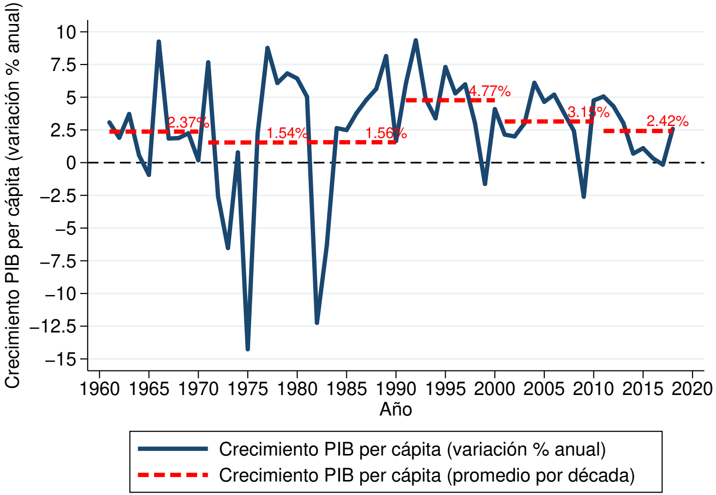
China, Japón y Korea



Fuente: Jong-Wha Lee (2016) , *China and the World Economy*, 24: 71-97

Evolución del Crecimiento del PIB en Chile

Figura: Crecimiento PIB per cápita en Chile, 1961-2018



Fuente: Elaboración propia con Datos del Banco Mundial, 2020

PIB per Cápita de los Países

Cuadro: 25 Países con Mayor PIB per Cápita en 2016 (USD, 2011)

Pos.	País	PIB p/c	vs EEUU	vs Chile
1	Qatar	118215.30	2.22	5.21
2	Luxembourg	97018.66	1.82	4.27
3	Macao SAR, China	96565.89	1.81	4.25
4	Singapore	81443.36	1.53	3.59
5	Brunei Darussalam	71788.78	1.35	3.16
6	United Arab Emirates	67133.07	1.26	2.96
7	Norway	63810.79	1.20	2.81
8	Ireland	62828.34	1.18	2.77
9	Switzerland	56625.14	1.06	2.49
10	Hong Kong SAR, China	54279.18	1.02	2.39
11	United States	53272.52	1.00	2.35
12	Saudi Arabia	50458.17	0.95	2.22
13	Netherlands	47128.31	0.88	2.08
14	Sweden	46441.21	0.87	2.05
15	Denmark	45686.48	0.86	2.01
16	Iceland	45276.45	0.85	1.99
17	Australia	44414.03	0.83	1.96
18	Austria	44143.70	0.83	1.94
19	Germany	44072.39	0.83	1.94
20	Canada	43087.76	0.81	1.90
21	Belgium	41945.69	0.79	1.85
22	Finland	39422.65	0.74	1.74
23	United Kingdom	38901.05	0.73	1.71
24	Japan	38239.77	0.72	1.68
25	France	38058.87	0.71	1.68
60	**Chile**	**22706.72**	**0.43**	**1.00**

Fuente: Elaboración propia con datos del Banco Mundial, 2017.

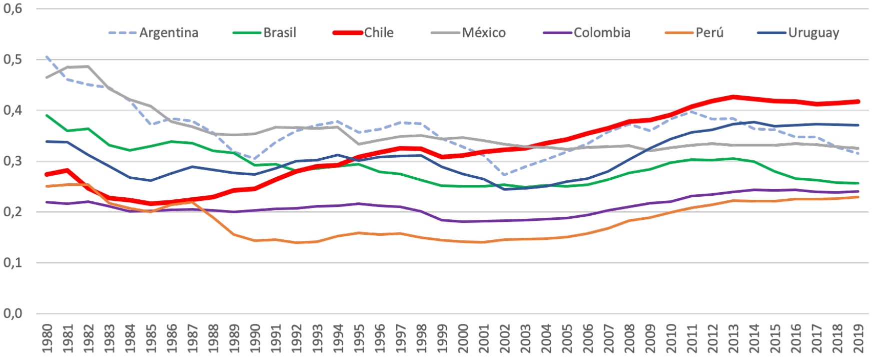
PIB per Cápita de los Países

Cuadro: 25 Países con Menor PIB per Cápita en 2016 (USD, 2011)

Pos.	País	PIB p/c	vs EEUU	vs Chile
60	**Chile**	**22706.72**	**0.43**	**1.00**
152	Benin	2009.96	0.04	0.09
153	Mali	1962.69	0.04	0.09
154	Kiribati	1897.81	0.04	0.08
155	Zimbabwe	1859.94	0.03	0.08
156	Chad	1845.91	0.03	0.08
157	Rwanda	1773.75	0.03	0.08
158	Afghanistan	1739.58	0.03	0.08
159	Uganda	1713.85	0.03	0.08
160	Haiti	1653.96	0.03	0.07
161	Ethiopia	1608.29	0.03	0.07
162	Burkina Faso	1594.58	0.03	0.07
163	Gambia, The	1565.80	0.03	0.07
164	Guinea-Bissau	1466.27	0.03	0.06
165	Comoros	1411.15	0.03	0.06
166	Madagascar	1396.09	0.03	0.06
167	Togo	1382.11	0.03	0.06
168	Sierra Leone	1365.87	0.03	0.06
169	Guinea	1215.03	0.02	0.05
170	Mozambique	1128.28	0.02	0.05
171	Malawi	1083.97	0.02	0.05
172	Niger	906.99	0.02	0.04
173	Liberia	753.56	0.01	0.03
174	Congo, Dem. Rep.	742.31	0.01	0.03
175	Burundi	721.18	0.01	0.03
176	Central African Republic	647.88	0.01	0.03

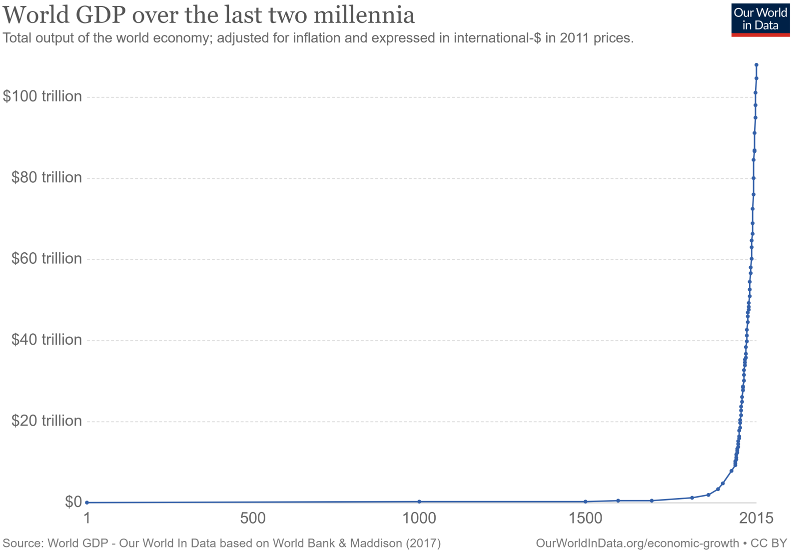
Fuente: Elaboración propia con datos del Banco Mundial, 2017.

PIB per cápita c/r EEUU algunos países LATAM

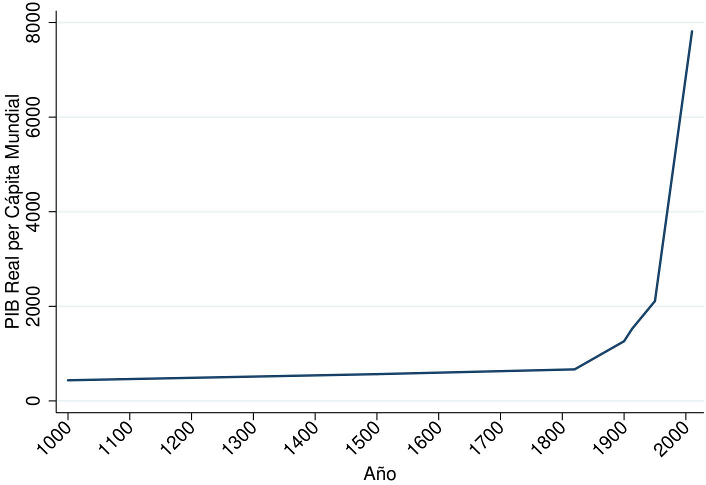


Fuente: Sobre datos nominales medidos a PPP. IMF World Economic Outlook, Oct. 2019

Crecimiento Económico en el Largo Plazo

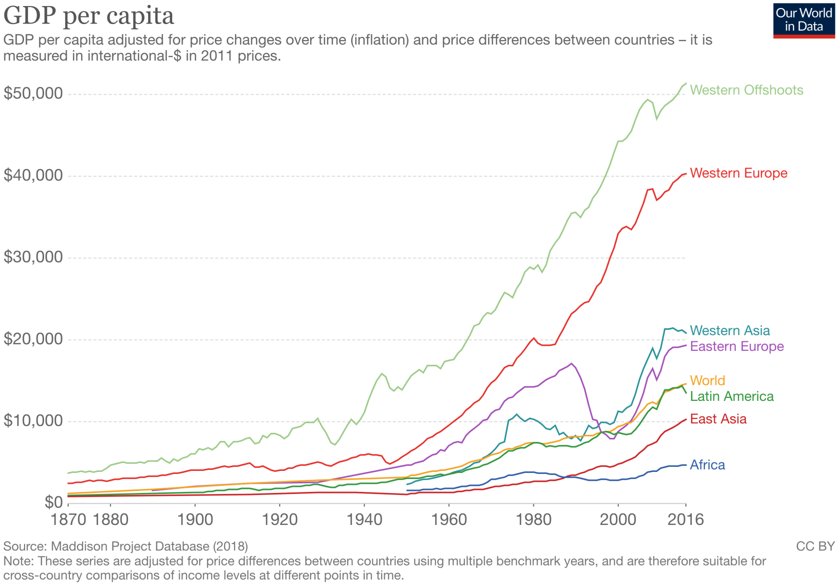


PIB Real per Cápita en el Mundo, 1000-2010



Fuente: Elaboración propia con Datos del Maddison Project Database, 2018

El progreso no ha sido parejo en el mundo



Crecimiento Económico en el Largo Plazo

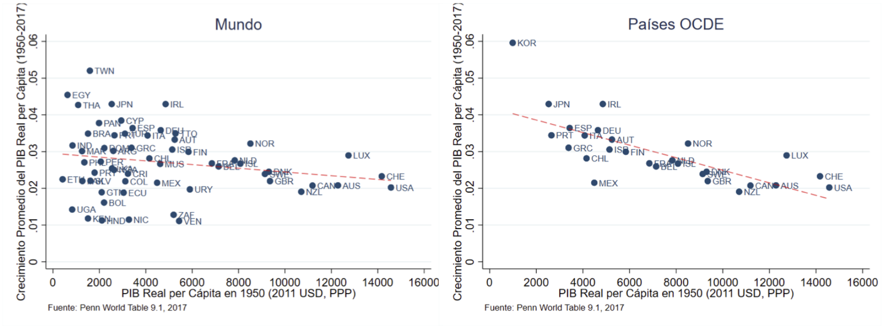
Cuadro: PIB per Cápita en la Economía Mundial, 1-2010

Año	1	1000	1500	1820	1900	1913	1950	2010	2010/1820
Estados Unidos			400	1257	4091	5301	9561	30491	24
Europa Occidental	450	400	771	1204	2893	3458	4579	20889	17
Europa del Este	400	400	496	683	1438	1695	2111	8678	13
América Latina	400	400		692	1109	1481	2506	6767	10
Asia	449	449	568	581	638	696	712	6307	11
África	430	425	414	420	601	637	894	2034	5
Mundo	445	436	566	667	1262	1525	2111	7814	12
Producción total (mm)	103	117	248	695	1974	2732	5330	54041	78
Población (m)	231	268	438	1041	1271	1791	2524	6916	7

Fuente: Maddison Project Database, 2018.

Evidencia sobre Convergencia en el Largo Plazo

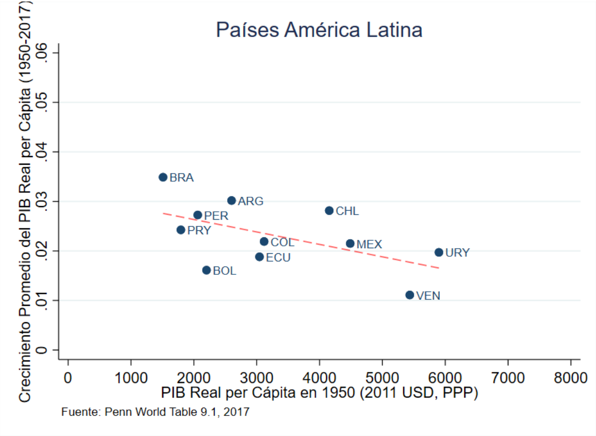
Figura: PIB per cápita en 1950 vs Crecimiento Promedio 1950-2017



Como veremos más adelante, la teoría predice que la economías más pobres debieran crecer más rápido. No pareciera que esto ocurre en el mundo, tal vez en la OECD y también en América Latina, aunque las muestras de países son más pequeñas. Trataremos de entender esto más adelante con la idea de convergencia no condicional y condicional.

Evidencia sobre Convergencia en América Latina

Figura: PIB per cápita en 1950 vs Crecimiento Promedio 1950-2017



Pero, ¿Cómo se Crece en el Largo Plazo?

¿Cuál(es) de los siguientes factores son más importantes para el crecimiento de largo plazo de los países?

- Crecimiento de la población.
- Inversión en capital físico.
- Disciplina monetaria y fiscal.
- Capital humano (educación).
- Inversión en ciencia y tecnología.
- Baja corrupción (instituciones en general).
- Progreso tecnológico.

Contenidos

Solow y el Crecimiento

Antes de Solow (pre 50s) **se creía que el crecimiento (de largo plazo) se debía fundamentalmente a la acumulación de capital**.

- Parecía una idea razonable, puesto que más capital físico significa una mayor capacidad instalada para producir en el futuro.
- Solow mostró que esta visión estaba equivocada. **Más capital físico no permite crecer más en el largo plazo.**

¿Cómo se explica esto?

- El problema para crecimiento perpetuo por acumulación de capital son los **rendimientos marginales decrecientes del capital** $\rightarrow$ Siempre que tengamos un factor productivo fijo, una unidad adicional de capital es cada vez menos productiva. El capital es el factor reproducible (acumulable), pero su aporte marginal cae.

¿Cómo es posible que los países crezcan en el largo plazo?

- **Progreso tecnológico**.

Introducción al Modelo de Crecimiento Neoclásico

La acumulación de capital y el progreso tecnológico desempeñan un papel preponderante en el crecimiento económico.

El **Modelo de Crecimiento de Solow** permite estudiar cómo el crecimiento del stock de capital, el crecimiento de la fuerza de trabajo y los avances tecnológicos interactúan en una economía, determinando la producción total de bienes y servicios de un país.

- El fpunto de partida es la dinámica de la acumulación de capital.
- Comenzaremos suponiendo que el trabajo y la tecnología están fijos.
- Más tarde relajaremos estos supuestos con la introducción de cambios en la fuerza laboral y en la tecnología

Descripción General del Modelo

Consideremos la función de producción agregada de un país que depende del capital (K), del trabajo (L) y de un parámetro tecnológico exógeno (A).

$$Y_t = AF(K_t, L_t)$$

Supongamos que tiene **Rendimientos Constantes a Escala** (RCE)

$$\lambda Y_t = AF(\lambda K_t, \lambda L_t)$$

Pero **Rendimientos Marginales Decrecientes** a cada factor

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} > 0, \quad \frac{\partial^2 Y_t}{\partial K_t^2} < 0; \quad \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} > 0, \quad \frac{\partial^2 Y_t}{\partial L_t^2} < 0$$

Una ejemplo que cumple todas las propiedades anteriores es la función de producción Cobb-Douglas

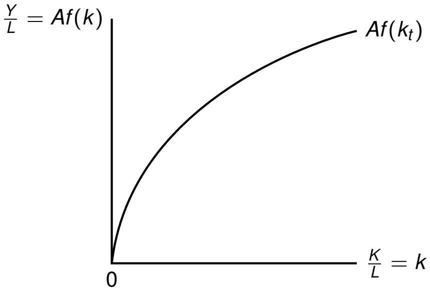
$$Y_t = AK_t^{1-\alpha} L_t^{\alpha}$$

Simplificando el Modelo en una Dimensión

Dada la propiedad de RCE, se tiene que podemos escribir la función de producción por trabajador como

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = AF\left(\frac{K_t}{L_t}, \frac{L_t}{L_t}\right) = AF\left(\frac{K_t}{L_t}, 1\right) = Af(k_t)$$

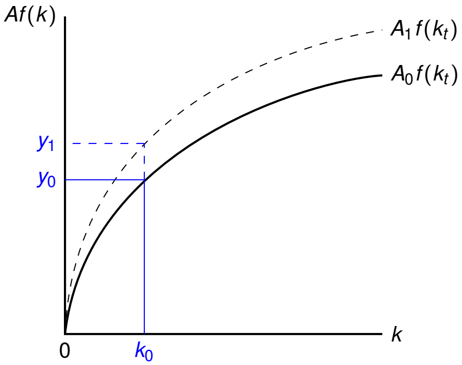
Cuando aumenta el capital por trabajador, aumenta el producto por trabajador pero cada vez menos.



Avances Tecnológicos

Un país con capital per cápita k_0 va a tener un producto per cápita y_0.

Los avances tecnológicos van a generar mayores niveles de producto per cápita para cualquier nivel de capital per capita.



Ahorro/Inversión y Depreciación

Consideremos una economía cerrada con una tasa de ahorro constante (supuesto crucial en Solow a diferencia de modelos con agentes que optimizan). Se ahorra s del ingreso y se consume $1 - s$.

$$S = C - Y = sY$$

Dado que la economía es cerrada, $S = I = sY$.
Así, el cambio neto en el *stock* de capital per cápita en t si no hya depreciación será:

$$k_{t+1} - k_t = sy_t = sAf(k_t)$$

Pero hay una tasa de depreciación δ, en cuyo caso tendremos que la variación del capital per cápita será:

$$\boxed{\Delta k_t = k_{t+1} - k_t = sAf(k_t) - \delta k_t}$$

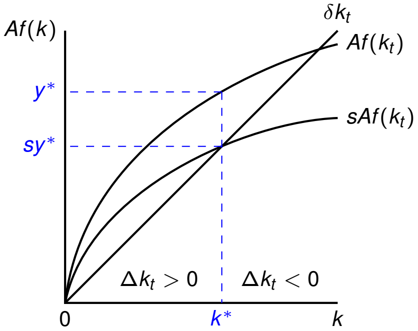
Esta es la ecuación fundamental del modelo de Solow.

Equilibrio de Estado Estacionario (EE)

Llamaremos nivel de producto de estado estacionario (*steady-state*) y nivel de capital de estado estacionario a aquellos para los cuales el crecimiento del stock bruto de capital es igual a cero.

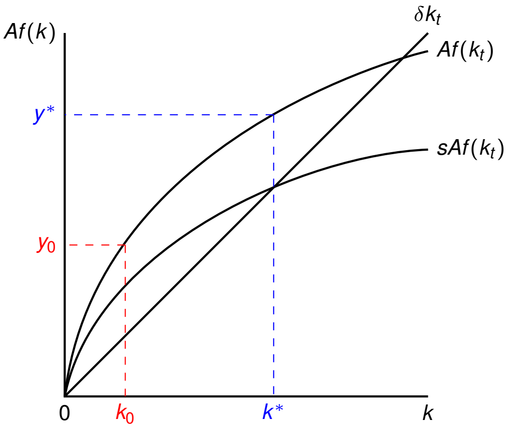
$$\Delta k_t = 0 \rightarrow sy^* = sAf(k^*) = \delta k^*$$

En EE el ahorro financia exactamente a la depreciación del capital.



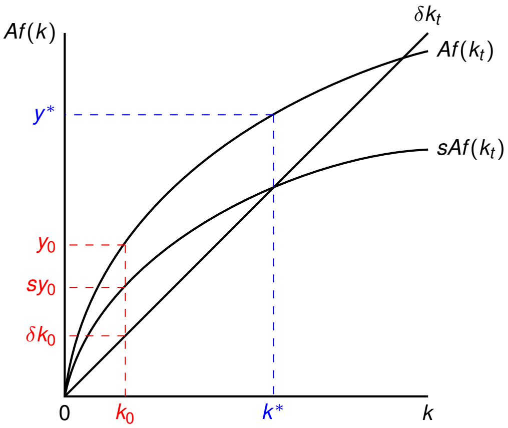
Proceso de Acumulación de Capital

Consideremos dos países equivalentes, excepto por sus niveles de capital per cápita. Supongamos que el país más rico (azul) se encuentra en EE, mientras que el otro (rojo) está por debajo.



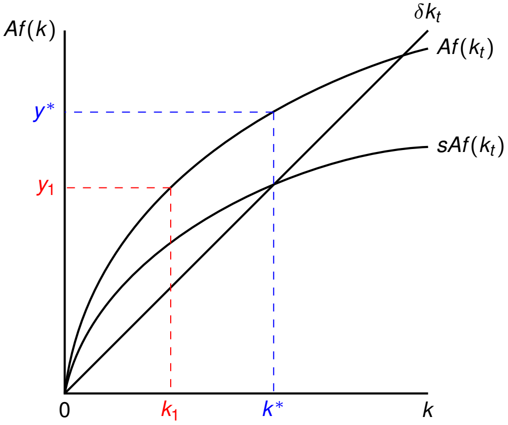
Proceso de Acumulación de Capital

Consideremos dos países equivalentes, excepto por sus niveles de capital per cápita. Supongamos que el país más rico (azul) se encuentra en EE, mientras que el otro (rojo) está por debajo.



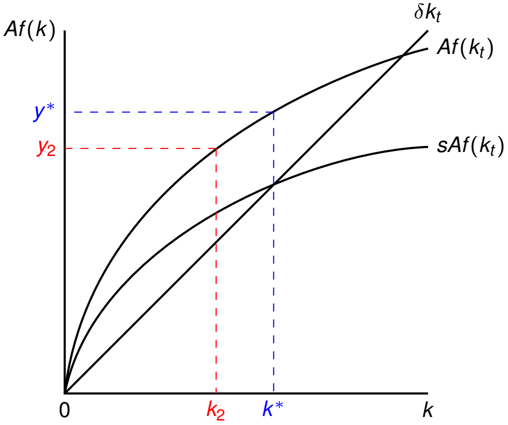
Proceso de Acumulación de Capital

Consideremos dos países equivalentes, excepto por sus niveles de capital per cápita. Supongamos que el país más rico (azul) se encuentra en EE, mientras que el otro (rojo) está por debajo.



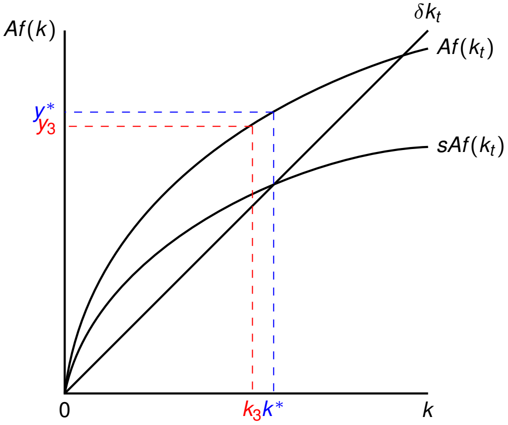
Proceso de Acumulación de Capital

Consideremos dos países equivalentes, excepto por sus niveles de capital per cápita. Supongamos que el país más rico (azul) se encuentra en EE, mientras que el otro (rojo) está por debajo.



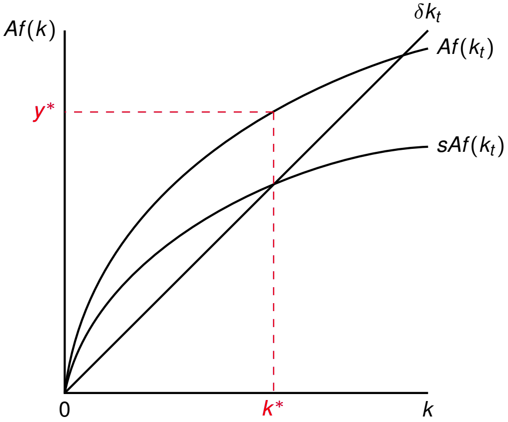
Proceso de Acumulación de Capital

Consideremos dos países equivalentes, excepto por sus niveles de capital per cápita. Supongamos que el país más rico (azul) se encuentra en EE, mientras que el otro (rojo) está por debajo.



Proceso de Acumulación de Capital

Consideremos dos países equivalentes, excepto por sus niveles de capital per cápita. Supongamos que el país más rico (azul) se encuentra en EE, mientras que el otro (rojo) está por debajo.



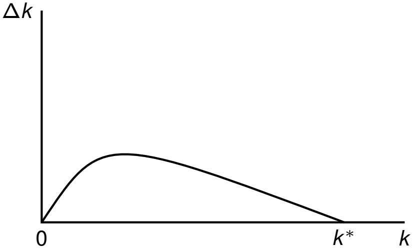
Acumulación de Capital

La predicción del modelo es que se produce **convergencia** entre países/regiones similares.

Por debajo del nivel de capital de estado estacionario

- El ahorro es superior a la depreciación del capital.
- Se acumula capital a medida que pasa el tiempo.

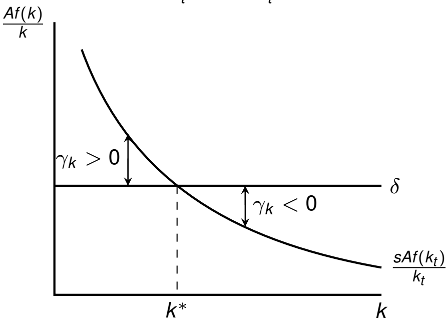
A medida que nos acercamos al estado estacionario, la variación del capital per cápita es cada vez menor.



¿Y el Crecimiento?

Una forma alternativa para entender gráficamente la dinámica y el EE de la acumulación de capital es dividir $\frac{\Delta k}{k_t}$, con lo que obtenemos:

$$\gamma_k = \frac{\Delta k}{k_t} = \frac{sAf(k_t)}{k_t} - \delta$$



No hay crecimiento en el largo plazo si no hay crecimiento de la productividad ni de la población.

Modelo de Solow: Ejemplo

Considere que el producto de una economía es $Y_t = AK_t^{1-\alpha}L_t^{\alpha}$, que la tasa de ahorro es s y que la depreciación es δ. Encuentre el capital, el producto, el ahorro y el consumo de estado estacionario (en términos per cápita).

- Demuestre que para una función Cobb-Douglas:

  $$\gamma_y = (1-\alpha)\gamma_k$$

  Este resultado es general para cualquier función de producción con CRS, donde $1-\alpha$ es la participación del capital. O sea el crecimiento del PIB per cápita es proporcional al del capital per cápita.
- En términos per cápita tenemos que $y_t = Ak_t^{1-\alpha}$ y, por ende, en Estado Estacionario (*) se cumple que:

  $$\Delta k_t = 0 \rightarrow sA{k^*}^{1-\alpha} = \delta k^* \rightarrow k^*/y^* = s/\delta$$
- Despejamos k^* y obtenemos:

  $$k^* = \left(\frac{sA}{\delta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$
- Finalmente, reemplazamos esto para obtener las otras variables en estado estacionario:

  $$y^* = A\left(\frac{sA}{\delta}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad sy^* = sA\left(\frac{sA}{\delta}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad c^* = (1-s)A\left(\frac{sA}{\delta}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

Incorporando Crecimiento de la Población

La ecuación básica del modelo de Solow hay que escribirla en términos totales y no per cápita:

$$\Delta K_t = sAF(K_t, L_t) - \delta K_t$$

Pero en este caso al dividir por L_t tenemos:

$$\frac{\Delta K_t}{L_t} = sAf(k_t) - \delta k_t$$

pero $\Delta K_t / L_t \neq \Delta k_t$, ya que $K_t = L_t K_t$, entonces tenemos que se cumple aproximadamente que::

$$\frac{\Delta K_t}{K_t} = n + \frac{\Delta k_t}{k_t}$$

o sea

$$\frac{\Delta K_t}{L_t}\frac{L_t}{K_t} = \frac{\Delta K_t}{L_t}\frac{1}{k_t} = n + \frac{\Delta k_t}{k_t}$$

Incorporando Crecimiento de la Población

Entonces

$$\frac{\Delta K_t}{L_t} = nk_t + \Delta k_t$$

con lo que llegamos a la siguiente dinámica para el capital per cápita con crecimiento de la población:

$$\boxed{\Delta k_t = k_{t+1} - k_t = sAf(k_t) - (\delta + n)k_t}$$

Por lo anterior, ahora el ahorro en estado estacionario debe financiar tanto la caída del capital per cápita generada por la depreciación como la que se debe al crecimiento de la población (al distribuirse el capital entre un mayor número de personas).

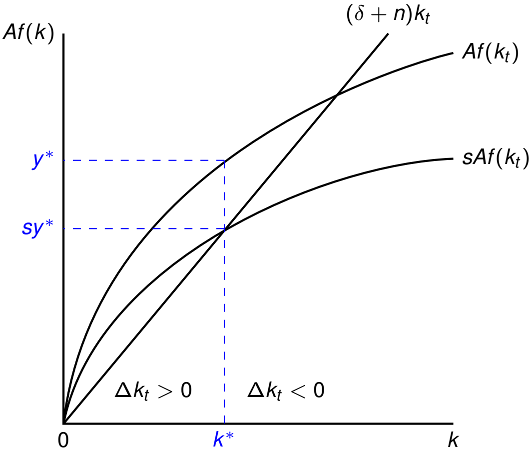
$$sAf(k^*) = (\delta + n)k^* = sy^*$$

Hemos encontrado un EE para el PIB y capital per-cápita. y^* y k^* son constantes en EE.

Ejercicio propuesto: Recalcular los valores de estado estacionario cuando hay crecimiento de la población n y la función d producción es Cobb-Douglas. Mostrar que k^*/y^* es igual a $s/(\delta + n)$.

Equilibrio de EE con Crecimiento Poblacional

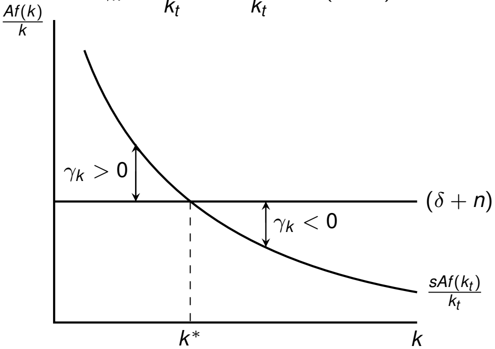
Países que tienen mayores tasas de crecimiento de la población tienen menor nivel de capital de estado estacionario. Cuando n sube la pendiente de $(\delta + n)k_t$ sube.



Dinámica de Crecimiento con Crecimiento de la Población

Ahora la dinámica la podemos expresar como:

$$\gamma_k = \frac{\Delta k}{k_t} = \frac{sAf(k_t)}{k_t} - (\delta + n)$$



No hay crecimiento per cápita en el largo plazo, pero ¿qué pasa con el crecimiento de las variables agregadas (por ej: Y_t y K_t)? En EE crecen a n.

Crecimiento y Convergencia

El Modelo de Solow predice que **existe convergencia hacia un estado estacionario**, el cual depende de parámetros como la tasa de ahorro, el crecimiento poblacional, la depreciación y la tecnología.

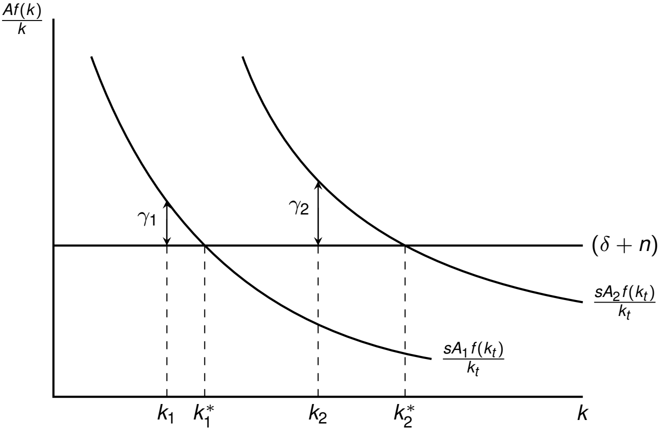
- Convergencia no Condicional: Países más ricos (pobres) crecen más lentamente (rápidamente).

Pero **los países tienen distintas funciones de producción con distintos parámetros y distintas tasas de ahorro**, por lo cual convergen con distintas tasas de crecimiento hacia niveles distintos de capital y producto de estado estacionario.

- Convergencia Condicional: Países más ricos (pobres) respecto de su estado estacionario crecen más lentamente (rápidamente).

Convergencia Condicional

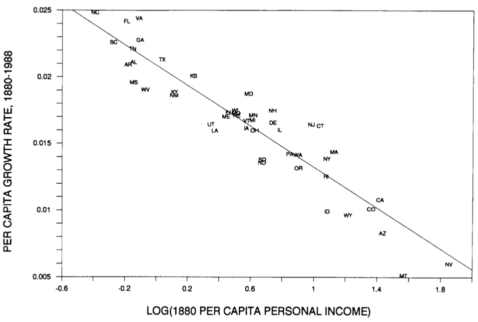
Consideremos dos países (1 y 2) con distintos niveles de capital de estado estacionario (k_1^* y k_2^*, respectivamente) y que inicialmente se encuentran con niveles de capital per cápita k_1 y k_2, respectivamente.



Convergencia entre estados de USA

Barro y Sala-i-Martin (1992, JPE) muestran que los estados de USA convergen, lo que indicaría que van hacia un mismo EE. Algo similar se ha probado con las prefecturas japonesas y otras regiones de países, pero como vimos antes a nivel global esto no ocurre. Pero la *convergencia en más lenta* que la que predice el modelo neoclásico. La convergencia entre estados de USA ha bajado, para mayor discusión ver blog de Timothy Taylor. Existe una discusión si en las décadas más recientes hay convergencia, ver el blog de Dietrich Vollrath, que es muy interesante en muchos temas de crecimiento.

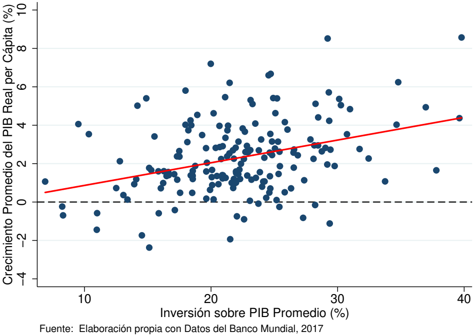
FIGURE 8: GROWTH RATE FROM 1880 TO 1988
VERSUS 1880 PER CAPITA INCOME



Crecimiento e Inversión

A pesar de que puedan existir diferencias entre los estados estacionarios de los países, para cualquier país debiésemos esperar que altas tasas de inversión reflejen altas tasas de crecimiento (pues si no acumulan capital, no alcanzan el estado estacionario).

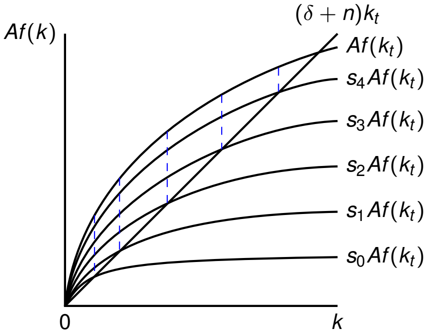
Figura: Crecimiento e Inversión en el Mundo, promedio 1997-2016



Crecimiento, Ahorro y Consumo

¿Significa lo anterior que se debería ahorrar/invertir lo máximo posible?

- No necesariamente. No es claro que esto sea mejor, ya que si se ahorra mucho, entonces se tendrá poco para consumir.
- Si se quiere maximizar el bienestar, entonces se debería intentar maximizar el consumo per cápita (la diferencia entre y^* y sy^*, $(1-s)y^*$) y no Y^*.

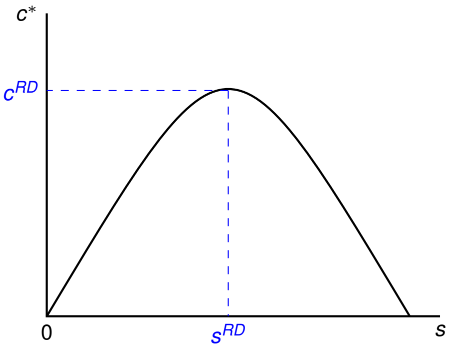


La Regla Dorada

A la tasa de ahorro s^{RD} que **maximiza el consumo en estado estacionario** se le denomina la tasa de ahora de la **Regla Dorada.**

- Algebraícamente el problema a resolver y su respectiva CPO son:

$$max_{\{k^*\}} c^* = Af(k^*) - (\delta + n)k^* \rightarrow CPO: \ A\frac{\partial f}{\partial k^{RD}} = \delta + n$$



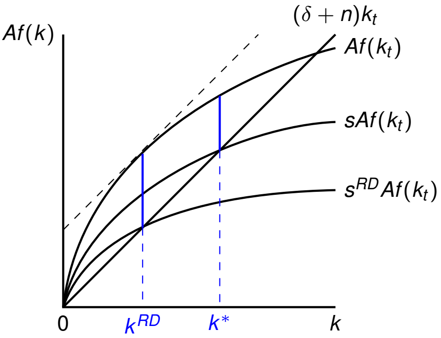
La Regla Dorada: Ejemplo

Considere que el producto de una economía es $Y_t = AK_t^{1-\alpha}L_t^{\alpha}$, que la tasa de ahorro es s, la tasa de crecimiento de la población es n y que la depreciación es δ. ¿El estado estacionario es siempre consistente con la regla dorada?

- Como vimos, para que se cumpla la Regla Dorada debe ocurrir que $A\frac{\partial f}{\partial k^*} = \delta + n$, lo que en este caso implica que:
$$A(1-\alpha)k^{-\alpha} = \delta + n \rightarrow k^{RD} = \left(\frac{(1-\alpha)A}{\delta + n}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$
- Por otro lado, el capital de estado estacionario es igual a:
$$k^* = \left(\frac{sA}{\delta + n}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$
- Estos valores sólo coincidirán cuando $s = 1 - \alpha$, que precisamente es la tasa de ahorro consistente con la Regla Dorada s^{RD}. *La tasa de ahorro debe ser igual a la participación del capital...o sea si los capitalistas ahorran todo y los trabajadores nada se llega a la RD.*

El consumo es la diferencia entre $Af = Y$ y $sAf = sY$.

- Si $s = 1 - \alpha$ entonces la economía se encuentra en su nivel de regla dorada. Es decir $s = s^{RD}$.
- Si $s > 1 - \alpha$ el nivel de capital de estado estacionario es demasiado alto, y por lo tanto la tasa de ahorro es demasiado alta.
- Si $s < 1 - \alpha$ el nivel de capital es menor que el que maximiza el consumo en estado estacionario. La tasa de ahorro es muy baja.



Incorporando el Progreso Técnico

Supongamos ahora que en la economía existe una tasa de crecimiento exógena x de la productividad A, es decir, $A_{t+1} = (1+x)A_t$. Por simplicidad supondremos que la función de producción es Cobb-Douglas:

$$Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} L_t^{\alpha} = K_t^{1-\alpha}(A_t^{1/\alpha} L_t)^{\alpha} = K_t^{1-\alpha} E_t^{\alpha}$$

Se define $E_t = A_t^{1/\alpha} L_t$ como **unidades de eficiencia de trabajo** y $\tilde{z} = Z/E$ como una variable Z por unidades de eficiencia. Este cambio de variables es importante porque como se ve a continuación habrá un estado estacionario para $\tilde{k}$ y por lo tanto $\tilde{y}$. Esto es fácil ver por cuanto el término de más al lado derecho es análogo a la expresión con crecimiento de la población, pero en vez de L, el factor es E, es decir unidades de eficiencia de trabajo.
La ecuación de acumulación en términos agregados es:

$$\Delta K_t = sF(K_t, E_t) - \delta K_t$$

Incorporando el Progreso Técnico

Podemos dividir por K_t y tenemos:

$$\frac{\Delta K_t}{K_t} = s\frac{F(K_t, E_t)}{K_t} - \frac{\delta K_t}{K_t} = s\frac{f(\tilde{k}_t)}{\tilde{k}_t} - \delta K_t$$

la segunda expresión viene del hecho que podemos dividir el numerador y denominador de $F(K_t, E_t)/K_t$ for E_t y es igual a $f(\tilde{k}_t)/\tilde{k}_t$. Además sabemos que $K = \tilde{k}A^{1/\alpha}L$, entonces el cambio porcentual está dado aproximadamente por $\Delta K_t/K_t = \Delta\tilde{k}_t/\tilde{k}_t + n + x/\alpha$ con lo que llegamos a la siguiente ecuación para la acumulación de capital.

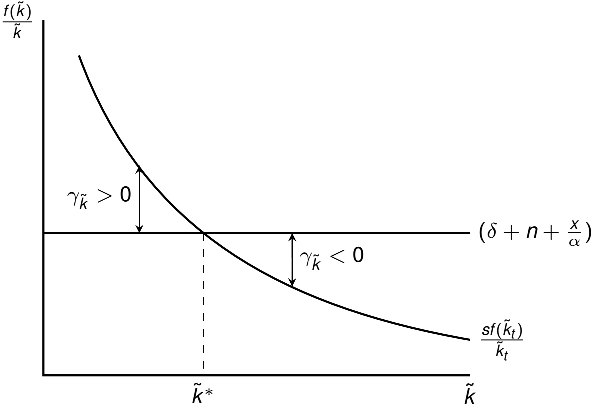
$$\boxed{\Delta\tilde{k}_t = sf(\tilde{k}_t) - (\delta + n + \frac{x}{\alpha})\tilde{k}_t}$$

El análisis será análogo al de los casos anteriores, es decir, no habrá crecimiento en términos de unidades de eficiencia en el largo plazo, sin embargo, ¿qué pasa ahora en términos per cápita y en términos agregados?

Dinámica de Crecimiento con Progreso Tecnológico

Ahora la dinámica la podemos expresar como:

$$\gamma_{\tilde{k}} = \frac{\Delta \tilde{k}}{\tilde{k}_t} = \frac{sf(\tilde{k}_t)}{\tilde{k}_t} - (\delta + n + \frac{x}{\alpha})$$



Crecimiento y Productividad

En el largo plazo el progreso técnico hace crecer el producto per cápita de los países. El motor del crecimiento de largo plazo es el crecimiento de la productividad.

- El crecimiento del producto total es la suma del crecimiento de la población más el crecimiento de la productividad.

$$\gamma = \gamma_Y = \gamma_K = n + \frac{x}{\alpha}$$

- El crecimiento del producto per cápita es el crecimiento de la productividad.

$$\gamma = \gamma_y = \gamma_k = \frac{x}{\alpha}$$

Aplicaciones del Modelo y Discusión

¿Qué pasará si ocurre un(a)...

- Destrucción de capital?
- Aumento inesperado y permanente de la tasa de ahorro?
- Aumento inesperado y permanente de n?
- Aumento inesperado y permanente de x?

Algunas preguntas que se pueden abordar a la luz del modelo anterior

- ¿Debe ahorrar nuestro país más o menos?
- ¿Cómo puede influir la política económica en la tasa de ahorro?
- ¿Hay algunos tipos de inversión que deben ser fomentados especialmente por la política económica?
- ¿Cómo puede elevar la política económica la tasa de progreso tecnológico?

Contenidos

El modelo de Solow ampliado: Capital Humano

La fuerza de trabajo no es simplemente L, es decir, horas trabajadas. El trabajo tiene implícita cierta calidad y capacidad para ser más productivo, y esto es lo que se denomina capital humano.

$$Y_t = A_t K_t^{1-\alpha}(e^{\phi u} L_t)^{\alpha} = A_t K_t^{1-\alpha} H_t^{\alpha}$$

- Donde u es el nivel de educación de la fuerza de trabajo L y ϕ es un parámetro positivo que representa la eficiencia del proceso educacional, es decir, la calidad de la educación.
- Así, al término $e^{\phi u}$ lo llamaremos capital humano per cápita, y lo denotamos por h.
- El modelo en este caso es exactamente el mismo que el de antes, solo con un cambio en el parámetro tecnológico, que ahora incorpora el nivel y la calidad educacional.

Trampas de Pobreza

¿Es posible que países se queden estancados en situaciones de pobreza?

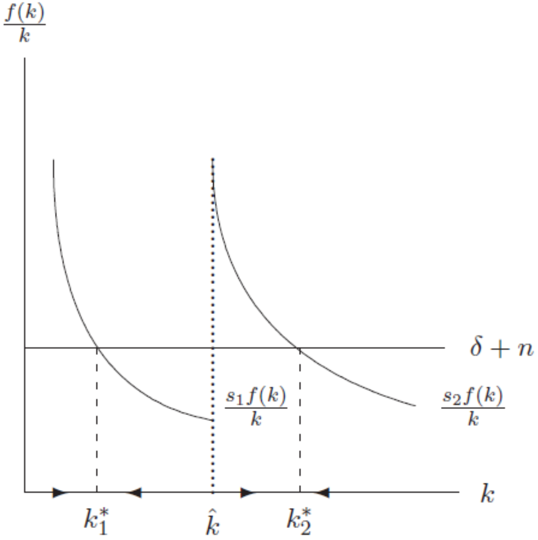
- Podrían existir equilibrios múltiples. Por ej: si la economía es pobre se queda pobre y si la economía es rica, se queda también en esa posición.
- Una alternativa para explicar esto es suponer que la tasa de ahorro del país es baja para un nivel bajo de capital y es alta para niveles altos de capital. (Otra alternativa es suponer que la economía tiene muy baja productividad para niveles de ingreso muy bajo, y pasada una barrera de ingresos la productividad es mayor).

$$s = s_1 \;\; para \;\; y < \hat{y}$$

$$s = s_2 \;\; para \;\; y \geq \hat{y}$$

- Donde $\hat{y} = f(\hat{k})$ es el nivel de ingreso que una vez superado genera un salto discreto en la tasa de ahorro.

Trampas de Pobreza: Gráficamente



Crecimiento Endógeno

¿Es posible que las economías crezcan para siempre sin necesidad de asumir que hay un crecimiento exógeno?

- Estas teorías intentan explicar la posibilidad de que el crecimiento se pueda sostener sin necesidad de suponer alguna fuerza externa como es el supuesto de crecimiento exógeno de la productividad.
- Otra interpretación es que estos modelos tratan de explicar por qué la productividad crece. Veremos casos simples, pero la teoría es muy amplia y se ha desarrollado mucho desde principios de los 90 con los trabajos de Lucas, Rebelo y Romer, entre otros.
- Para que exista crecimiento en el largo plazo hay que evitar que el capital efectivo presente retornos decrecientes. Más precisamente el "factor acumulable" debe tener retornos constantes a escala.
- Esto pone un problema, al agregar el factor no acumulable, la función de producción tendría retornos creciente a escala. En este caso no habría competencia. Hay varias maneras de racionalizar esto: educación, externalidades, conocimiento, y otras.

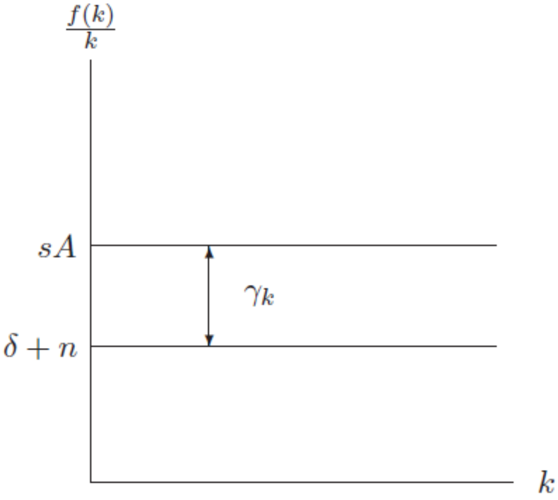
El modelo AK

- La formalización más sencilla es asumir:

$$Y = AF(K, L) = AK$$

- Esto es lo que se conoce como "el modelo AK" (hace décadas el modelo de Harrod-Domar suponía esto, pero ponía un límite a AK dado por la fuerza de trabajo). Éste predice que los países crecen para siempre y la tasa de crecimiento no depende del nivel de capital. No existe convergencia.
- Note que L no aparece en la función de producción. Una manera de entender esto es pensar que K es capital ampliado, que incluye capital humano, el cual es acumulable. Hay teoría que formalizan esto, otras que asumen externalidades, en cuyo caso hay equilibrio, pero ineficiente.

El Modelo AK



Contenidos

Marco conceptual

Supongamos que la función de producción de la economía es Cobb-Douglas.

$$Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} L_t^{\alpha}$$

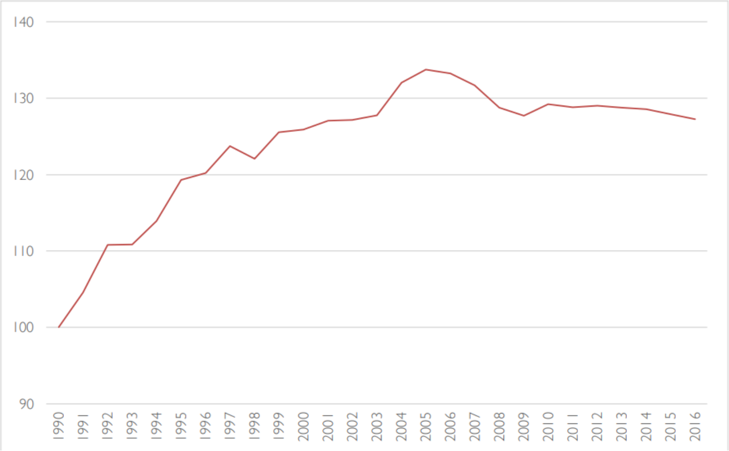
Aplicando diferencias logarítmicas, tendremos que:

$$\underbrace{\frac{\Delta Y}{Y}}_{\text{Crecimiento } Y} = \underbrace{\frac{\Delta A}{A}}_{\Delta PTF} + \underbrace{(1-\alpha)\frac{\Delta K}{K}}_{\text{Contribucion } K} + \underbrace{\alpha\frac{\Delta L}{L}}_{\text{Contribucion } L}$$

- El crecimiento se explica por la suma de tres factores:
  1. Acumulación de capital (inversión).
  2. Acumulación de trabajo (empleo).
  3. Productividad Total de los Factores (PTF).
- El crecimiento de la PTF es claramente un componente no observable, y es comúnmente conocido como **Residuo de Solow.**

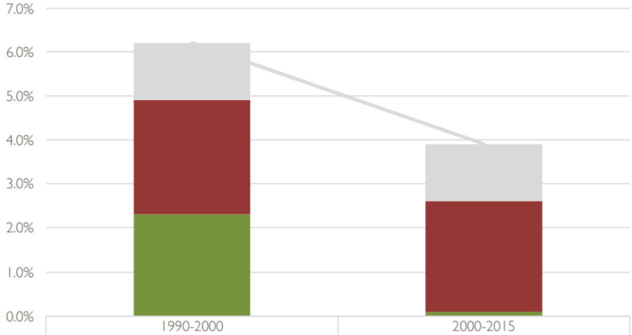
Evolución de la Productividad en Chile

Figura: Medición de la Productividad (PTF) de la Comisión Nacional de Productividad (CNP, 2016), 1990-2016



Contabilidad del Crecimiento en Chile

Figura: Contabilidad del crecimiento del PIB en Chile, según estimación CNP (2016)



	1990-2000	2000-2015
Trabajo	1.3%	1.3%
Capital	2.6%	2.5%
PTF	2.3%	0.1%
PIB	6.2%	3.9%

Contabilidad del Desarrollo

En vez de descomponer el crecimiento del PIB, descompone las diferencias de PIB entre países (la discusión de esta parte esta basada en De Gregorio (2019). Sea

$$Y = AK^{1-\alpha}H^{\alpha}$$

donde H es capital humano, hL, h es el nivel de capital humano por persona. Demuestre que el PIB per cápta se puede escribir como:

$$y = \left(\frac{k}{y}\right)^{(1-\alpha)/\alpha} hA^{1/\alpha}$$

En consecuencia podemos comparar el nivel de ingreso per cápita de dos países (i vs. USA) como:

$$\frac{y_i}{y_u} = \left(\frac{k_i/y_i}{k_u/y_u}\right)^{1-\alpha/\alpha}\left(\frac{h_i}{h_u}\right)\left(\frac{A_i}{A_u}\right)^{1/\alpha}$$

Nota: La descomposición se podría hacer directamente dividiendo los PIB per cápita, pero quedaría en función de K/L que en EE depende del nivel de productividad, pero no K/Y. Las conclusiones son similares en todo caso.

Contabilidad del Desarrollo

La brecha entre países se debe fundamentalmente a una brecha de TFP

Table 1 Development accounting

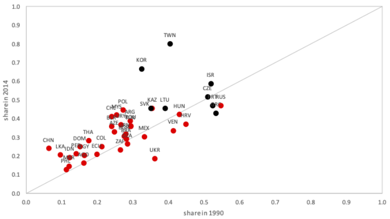
Region/year	GDP per worker (1)	Capital/GDP (2)	Human capital (3)	TFP (4)	Share due to TFP (5)
Asia					
1990	0.127	0.799	0.595	0.266	64.1
2000	0.147	0.969	0.654	0.232	73.3
2010	0.208	1.024	0.694	0.293	70.8
Latin America					
1990	0.246	0.909	0.617	0.440	56.0
2000	0.242	1.025	0.668	0.354	65.9
2010	0.293	0.961	0.714	0.428	61.6
Emerging Europe					
1990	0.306	0.938	0.796	0.410	64.6
2000	0.307	1.034	0.846	0.351	71.4
2010	0.473	1.106	0.873	0.490	66.3

TFP = total factor productivity
Note: Asia: China, India, Indonesia, Korea, the Philippines, Malaysia, and Thailand. Latin America: Argentina Brazil, Chile, Colombia, Mexico, Peru, and Venezuela. Emerging Europe: Czech Republic, Hungary, Latvia, Lithuania, Poland, and Romania.
Source: Data from Penn World Tables 9.0.

Economías emergentes: catch up

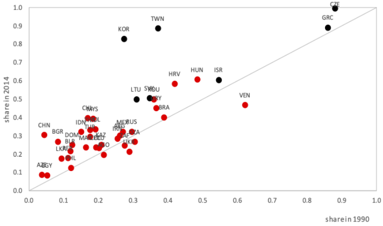
La brecha de PIB per cápita de las economías emergentes se ha acortado, igual que la brecha de capital per-cápita (la mayoría arriba de la líneas de 45 %).

Figure 3 GDP per capita relative to the United States, 1990 and 2014



Note: Red dots represent emerging-market economies; black dots are former emerging-market economies that are now classified as advanced economies. See table A.1 for country names.
Source: Penn World Tables 9.0.

Figure 4 Capital stock per capita relative to the United States, 1990 and 2014



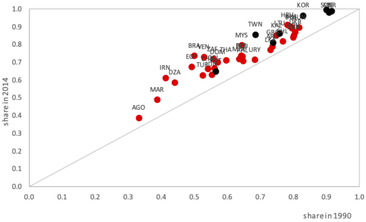
Note: Red dots represent emerging-market economies; black dots represent former emerging-market economies that are now classified as advanced economies. See table A.1 for country names.
Source: Penn World Tables 9.0.

Fuente: De Gregorio (2019).

Economías emergentes: catch up

La brecha de educación de las economías emergentes también se ha acortado, pero la de TFP (PTF) se ha ampliado en la mayoría de los países.

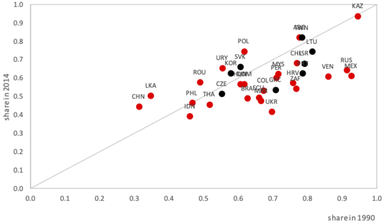
Figure 5 Human capital relative to the United States, 1990 and 2014



Note: Red dots represent emerging-market economies; black dots represent former emerging-market economies that are now classified as advanced economies. See table A.1 for country names.

Source: Penn World Tables 9.0.

Figure 6 Total factor productivity relative to the United States, 1990 and 2014



Note: Red dots represent emerging-market economies; black dots represent former emerging-market economies that are now classified as advanced economies. See table A.1 for country names.

Source: Penn World Tables 9.0.

Fuente: De Gregorio (2019).